УДК 536.24

С.Н. Харламов, С.И. Сильвестров, В.Ю. Ким

Томский государственный университет, Россия

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕПЛООБМЕНА В КРУГЛЫХ ТРУБАХ ПРИ НАЛИЧИИ УЧАСТКОВ ПРЯМОТОЧНОГО И ЗАКРУЧЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ГАЗА

АННОТАЦИЯ

В данной работе представлены результаты расчета турбулентного теплообмена во внутренних системах с участком прямоточного и закрученного движения рабочей среды (жидкости, газа) по двухпараметрическим тепловой и динамической моделям турбулентности, включающим транспортные уравнения для характерных временных масштабов пульсаций скорости и температуры. Исследуются возможности моделей в предсказании пристеночных процессов сложного сдвигового неизотермического течения в широком диапазоне изменений чисел Рейнольдса, Россби. Имеется удовлетворительное согласование расчетных и опытных данных осреднённых и пульсационных параметров. Анализируются механизмы перестройки структуры потока в энергетических системах.

1. ВВЕДЕНИЕ

В описании течений в конкретных технических устройствах, основным конструктивным элементом которых является труба, канал с завихрителем, вращающаяся секция и т.д., возникают серьезные сложности, вызванные анизотропией течения и теплообмена в пристеночной части. В настоящее время расчёт подобных течений осуществляют в рамках моментного подхода по двухпараметрическим тепловым и динамическим моделям турбулентности типа $(k-\varepsilon)$, $(\overline{\theta'^2}-\varepsilon_\theta)$. В таких условиях приходится решать серьезные проблемы высокой вычислительной жёсткости моделей турбулентности из-за отсутствия естественных граничных условий на стенке для ε и ε_θ. Относительно простыми в этом отношении представляются “гибкие” модели [1,2]: динамическая – Г.С. Глушко, Д. Уилкокса, С. Зиермана; тепловые – К. Кима, У. Нагано.

В настоящей работе, следуя идеям С. Спезиала, апробируется дифференциальная модель турбулентности с уравнениями для временных масштабов пульсаций динамического и скалярного полей: $\tau=\dfrac{k}{\varepsilon}$ и $\tau_\theta=\dfrac{\overline{\theta'^2}}{\varepsilon_\theta}$ соответственно в предсказании развивающихся прямоточных и затухающих по длине вращающихся неизотермических течений в трубах. Так как возможности таких моделей почти не исследованы, в работе поставлены цели:

1) определить достоинства динамических и тепловых баз моделей ($k-L, k-\tau, \overline{\theta'^2}-\tau_\theta$) в расчете сложных сдвиговых течений;

2) проанализировать изменения структуры течения вращающегося потока;

3) исследовать пристеночные эффекты, механизмы стабилизации процессов переноса тепла, импульса в прямоточных и закрученных внутренних течениях;

4) оценить эффективность численного алгоритма и модели в сравнении с серией известных двухпараметрических моделей типа ($k-\varepsilon$).

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Общая система определяющих уравнений четырехпараметрической (K-L- $\overline{\theta'^2}-\tau_\theta$) модели

Общая система уравнений, описывающая течение и теплообмен в отсутствие действия внешних сил, объёмных источников тепла при течении в трубах, включает осреднённые уравнение Навье-Стокса, энергии, неразрывности и в тензорной форме имеет вид [3]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i}=0; \qquad (1)$$

$$U_j\frac{\partial U_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+ +\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)-\rho\overline{u_i'u_j'}\right]; \qquad (2)$$

$$\rho C_p U_j\frac{\partial \Theta}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\lambda\frac{\partial \Theta}{\partial x_j}\right]-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho C_p\overline{u_j'\theta'}\right). \qquad (3)$$

В записи системы (1)-(3) обозначения общепринятые. Черта над знаком функции означает осреднение по Рейнольдсу. Для замыкания системы привлекаются следующие соотношения к определению турбулентных потоков импульса $\left(-\rho\overline{u_i'u_j'}\right)$ и тепла $\left(-\rho C_p\overline{u_j'\theta'}\right)$.

2.2. Модель турбулентности

Динамическая часть модели включает версии Г.С. Глушко ($k-L$) и С. Спезиала – А.Ф. Курбацкого ($k-\tau$) с уравнениями вида (тензорная форма) [1,4]:

$$\frac{Dk}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right]+P-C_d\frac{k^{\frac{3}{2}}}{L}; \tag{4}$$

$$\rho U_j\frac{\partial L}{\partial x_j}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu+b_1\mu_t\right)\frac{\partial L}{\partial x_j}\right]-b_2\frac{L}{k}P+$$
$$+Bb_3\rho\sqrt{k}\left(1-\frac{L^2}{\left(R-r\right)^2}\right); \tag{5}$$

$$P=-\overline{u_i'u_j'}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}.$$

Расчеты по ($k-L$) модели позволили установить следующие значения констант [1]:

$$b_1=0.35;b_2=0.125;b_3=0.29;B=b_4+\frac{b_5}{\mathrm{Re}_t};$$

$$b_4=0.3;b_5=1.75;C_d=0.23.$$

($k-\tau$):

$$\frac{Dk}{Dt}=\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{k}{\tau}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right]. \tag{6}$$

Для определения входящего в (6) динамического времени масштаба турбулентности τ используем уравнение переноса:

$$\frac{D\tau}{Dt}=(1-C_{\varepsilon1})\frac{\tau}{k}\tau_{ij}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+(C_{\varepsilon2}f_2-1)+$$
$$+\frac{2}{k}\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_{\tau1}}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \tau}{\partial x_i}- \tag{7}$$
$$-\frac{2}{\tau}\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_{\tau2}}\right)\frac{\partial \tau}{\partial x_i}\frac{\partial \tau}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\nu+\frac{\nu_t}{\sigma_{\tau2}}\right)\frac{\partial \tau}{\partial x_i}\right],$$

где

$$-\rho\overline{u_i'u_j'}=\tau_{ij}=\mu_t\dot{S}_{ij}-\frac{2}{3}k\delta_{ij};$$

$$\nu_t=C_\mu f_\mu k\tau;$$

$$f_\mu=\left(1+\frac{3.45}{\sqrt{\mathrm{Re}_t}}\right)\tanh(y^+/70)$$

- демпфирующая пристеночная функция. Здесь и далее:

$$C_\mu=0.09,C_{\varepsilon1}=1.44,\sigma_{\tau1}=\sigma_{\tau2}=\sigma_k=1.36,C_{d1}=2.0,$$
$$C_{d2}=0.83,C_{\varepsilon2}=1.83,C_{d3}=1.7,C_{d4}=C_{\varepsilon1}=1.44,$$
$$\sigma_{\tau\theta1}=\sigma_{\tau\theta2}=\sigma_{\overline{\theta'^2}}\cong0.94.$$

Тепловая часть модели турбулентности имеет вид:

$$\frac{D\tau_\theta}{Dt}=2\left(1-C_{d3}\frac{\tau_\theta}{\tau}\right)\frac{P_\theta}{\overline{\theta'^2}}\tau_\theta+\frac{1}{2}\left(f_{\theta1}C_{d1}-2\right)-$$
$$-C_{d4}\tau_\theta\frac{P}{k}+f_{\theta1}C_{d2}\frac{\tau_\theta}{\tau}+\frac{2}{\overline{\theta'^2}}\left(\alpha+\frac{\nu_t}{\sigma_{\tau\theta1}}\right)\frac{\partial\overline{\theta'^2}}{\partial x_i}\frac{\partial\tau_\theta}{\partial x_i}- \tag{8}$$
$$-\frac{2}{\tau_\theta}\left(\alpha+\frac{\nu_t}{\sigma_{\tau\theta2}}\right)\frac{\partial\tau_\theta}{\partial x_i}\frac{\partial\tau_\theta}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\alpha+\frac{\nu_t}{\sigma_{\tau\theta2}}\right)\frac{\partial\tau_\theta}{\partial x_i}\right];$$

$$\frac{D\overline{\theta'^2}}{Dt}+2\overline{u_i'\theta'}\frac{\partial\Theta}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\alpha\frac{\partial\overline{\theta'^2}}{\partial x_i}\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\nu_t}{\sigma_{\overline{\theta'^2}}}\frac{\partial\overline{\theta'^2}}{\partial x_i}\right)-\frac{\overline{\theta'^2}}{\tau}. \tag{9}$$

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Численные решения строятся с привлечением неявных конечно-разностных схем, схем расщепления по физическому пространству и пространственным переменным с последующим применением метода прогонки. Расчёт поля давления осуществляется по методу Л.М. Симуни, который обобщается на случай переменного по радиусу продольного градиента давления $\frac{\partial P}{\partial x}$ [4]:

$$U^{i,j}=Ws^j+Zs^j\Pi^{i,j},$$

где

$$\Pi^{i,j}=\left[\frac{\partial P}{\partial x}\right]^{i,j}. \tag{10}$$

Расчётная область покрывается неравномерной сеткой, сгущающейся у стенки по логарифмическому закону. Тестирование алгоритма проведено на данных Лауфера, Веске, Стурова и др. Отдельные результаты расчёта пульсационных полей даны на рис. 1.2.

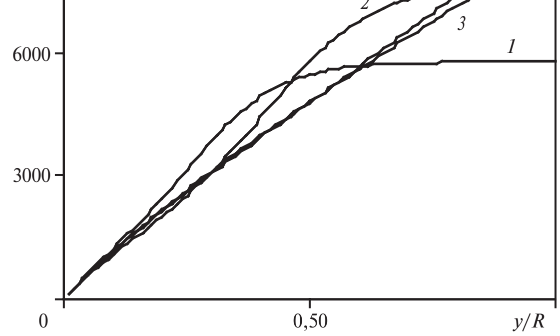

Рис. 1. Радиальные распределения безразмерного масштаба времени турбулентных пульсаций поля скорости в зависимости от продольной координаты x/D. Здесь 1 - x/D = 3; 2 – 8; 3 – 40; 4 – 160 (Re = 4.25·10^5)

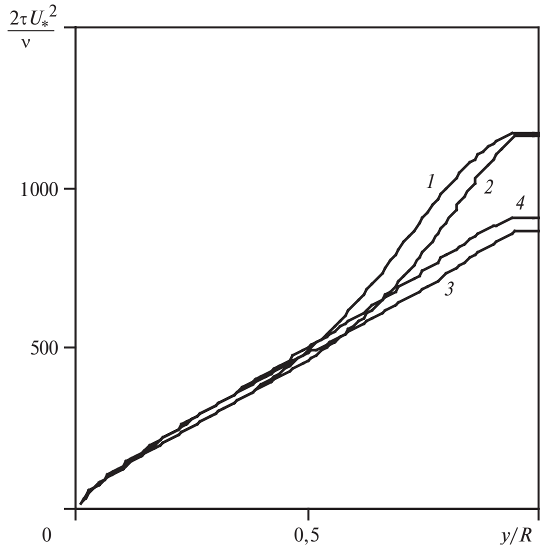

Рис.2. Радиальные профили безразмерного характерного масштаба времени турбулентных пульсаций температуры в различных сечениях по длине канала. Здесь линии 1–x/D = 9; 2–12; 3–24; 4–160 (Re = $3.25\cdot 10^4$)

Видно, что профили τ, τ_θ достаточно консервативны к возмущениям со стенки, как и интегральный масштаб L. Они быстрее устанавливаются в низкорейнольдсовой части течения, что может служить важным свойством $\left(k-\tau-\overline{\theta'^2}-\tau_\theta\right)$ модели, используемой в качестве базы в многопараметрической модели для компонент тензора напряжений Рейнольдса и турбулентных потоков скаляра (тепла и массы).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Алгоритм расчета по ($k-L$) и ($k-\tau$) моделям существенно превосходит по экономичности модели типа ($k-\varepsilon$). Расчет закрученного течения и перестройка поля скорости в прямоточное показывает важность взаимодействия механизмов диффузии и конвекции. Такие течения существенно анизотропны и, как показывает ($k-L$) модель, в области до 30-40 диаметров модель вполне адекватна реальному процессу, что подтверждают опытные данные.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

Θ - средняя по Рейнольдсу температура, K;

$\overline{\theta'^2}$ - пульсационная составляющая температуры, K;

k - кинетическая энергия турбулентности, м^2/с^2;

P - слагаемое, описывающее порождение в уравнении для k, L;

L - масштаб турбулентности, м;

ε - скорость диссипации k, м^2/с^3;

$L = C_d \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}$ - соотношение, связывающее L и k;

τ - динамический временной масштаб турбулентности, с;

τ_θ -временной масштаб турбулентного скалярного поля, с;

U_j - j-я компонента скорости, осредненная по Рейнольдсу, м/с;

$R-r$ - расстояние от стенки круглой трубы, м;

μ_t - турбулентная вязкость;

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ - кинематическая вязкость, м^2/с;

ρ – плотность, кг/м^3;

$\mathrm{Re}_t = \frac{k^2}{\varepsilon\nu}$ - турбулентное число Рейнольдса;

$-\rho\overline{u_i' u_j'} = \tau_{ij}$ - тензор рейнольдсовых напряжений;

$P_\theta = -2\overline{u_j'\theta'}\frac{\partial\Theta}{\partial x_j}$ - порождение средним градиентом скаляра;

$f_{\theta 1} = \left[1-\exp\left(-y^+/A_{\theta 1}\right)\right]^2$ - демпфирующая функция, где $A_{\theta 1} = 5.8$ — постоянная;

$y^+ = \frac{yu_*}{\nu}$ - безразмерная координата;

u_* - динамическая скорость, м/с;

α - коэффициент температуропроводности, м^2/с;

Ws^j, Zs^j - вспомогательные функции, применяющиеся в методе Л.М. Симуни;

$b_1; b_2; b_3; B; b_4; b_5; C_\mu; C_{\varepsilon 1}; \sigma_{\tau 1}; \sigma_k; C_{d1}; C_{d2}; C_{\varepsilon 2};$
$C_{d3}; C_{d4}; \sigma_{\tau\theta 1}; \sigma_{\tau\theta 2}; \sigma_{\overline{\theta'^2}}$ – константы модели;

i, j - порядковый номер орта системы координат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Математические** модели течения и теплообмена во внутренних задачах динамики вязкого газа / А.М. Бубенчиков, Л.В. Комаровский, С.Н. Харламов. Томск: Изд-во ТГУ, 1993. С.182.
2. **Курбацкий А.Ф.** Уравнение переноса для масштаба времени турбулентного скалярного поля// ТВТ. 1999. Т.37. № 4. С. 589-594.
3. **Лойцянский Л.Г.** Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
4. **Бубенчиков А.М., Клевцова А.В., Харламов С.Н.** Закрученный поток проводящей жидкости в узких трубах при наличии магнитного поля// ММ. 2004. Т. 16. № 3. С. 109–122.