УДК 621.039.51

Ю.Н. Корниенко

ФГУП ГНЦ РФ – Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, Обнинск, Россия

ОБОБЩЕНИЕ И АНАЛИЗ КРИТЕРИЯ СТАТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ ДЛЯ КАНАЛОВ И ПОДЪЕМНЫХ ВЕТВЕЙ ЯЭУ

АННОТАЦИЯ

Представлено обобщение и анализ аналитической модели критерия статической неустойчивости (СН) двухфазного потока в каналах и подъемных ветвях контуров ЯЭУ. Задача СН сведена к канонической квадратичной форме, представляющей уравнение кривой второго порядка, с коэффициентами, зависящими от геометрических и режимных условий, полученные аналитические решения можно отнести к “образцовым” (benchmark) решениям. Проведен анализ критериального уравнения СН.

ВВЕДЕНИЕ

Определение границ статической (апериодической) неустойчивости потока теплоносителя в элементах энергооборудования основано на использовании экстремального свойства характеристики перепада давления от расхода G_A [1] в каналах:

$$\partial(\Delta P)/\partial G_A\big|_{\text{экстрем}} = 0\,. \tag{1}$$

Это условие связывает причину возникновения СН с немонотонным поведением гидравлической характеристики $\Delta P = F(G_A)$, которое обусловлено нелинейной зависимостью потерь давления от расхода и паросодержания двухфазного потока.

В потоках с неоднородными профилями, например седлообразного распределения паросодержания, имеют место точки экстремума, что показано в экспериментах ИТФ СО РАН [2] и описано с помощью К1М модели [3, 4]. Это позволяет выдвинуть гипотезу о возможности использования свойства производной в экстремальной точке расходной характеристики $d(\Delta P)/dG = 0$ в качестве основного условия для построения критерия наступления статической неустойчивости, связанной также и с неоднородными профилями параметров. В работах [3, 4] представлено квазиодномерное (К1М) аналитическое описание для потерь трения двухфазного потока с неоднородным профилем паросодержания $\alpha(r)$, в котором коррекция потерь трения по гомогенной модели λ_0 проводится на основе фактора формы

$$\Psi_{k1} = 1 + F(\lambda_0,\, \alpha(r),\, Fr_G) \tag{2}$$

в виде

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \Psi_{k1}. \tag{3}$$

По своему физическому и математическому смыслу Ψ_{k1} отражает влияние распределенных в сечении канала массовых сил. Для потоков с однородным профилем форм-фактор $\Psi_{k1} \equiv 1$ при $\alpha(r)$ =const.

1. ОБОБЩЕННЫЙ КРИТЕРИЙ СН ДЛЯ ПОДЪЕМНЫХ ВЕТВЕЙ И КОНТУРОВ ЯЭУ

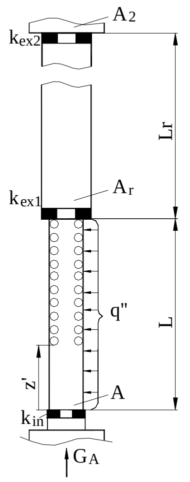

Рис. 1. Упрощенная схема канала (подъемной ветви) ЯЭУ

Ниже с целью сохранения общности моделей термогидравлики, разрабатываемых для анализа устойчивости, рассматривается схема элементов ЯЭУ (рис. 1), пригодная для описания легководных реакторов типа ВВЭР, РБМК и АСТ и сохраняющая все основные компоненты, типичные и для контуров ЕЦ ЯЭУ. На ней указаны также характерные высоты и местные сопротивления.

Рассмотрим подъемную ветвь контура ЕЦ. Уравнение движения для нее учитывает массовые силы и наличие подъемного участка длиной L_r с сопротивлением на выходе k_{ex2}:

$$\Delta P = \frac{G_A^2 F_\lambda}{\rho'}\left\{\frac{z'\rho'}{\bar\rho_f} + \frac{\Psi_{k1}(1-z')\rho'}{\bar\rho} + F_{\lambda r}\frac{\rho'}{\bar\rho_{L_r}}\left(\frac{A}{A_r}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{k_i\rho'}{2\rho_{fin}} + \frac{k_{ex}\rho'}{2\rho_{ex1}}\left(\frac{A}{A_r}\right)^2\left(1 + \frac{k_{ex2}}{k_{ex1}}\frac{\rho_{ex1}}{\rho_{ex2}}\left(\frac{A_r}{A_2}\right)^2\right)\right\} -$$
$$- g\cos\theta_z L\left(z'\bar\rho_f + (1-z')\bar\rho + L_r\bar\rho_{L_r}\right). \tag{4}$$

Применение условия (1) к уравнению (4) дает следующий критерий статической неустойчивости:

$$\left[(1+B_d)(\Psi_{\text{k1}} + k_e - FR) + (1+B_{dr})(F_{\lambda r} - LR\cdot FR)\right]\text{Ku}^2 +$$
$$+2\left[(1-\text{Ja})\left(2\Psi_{\text{k1}} + F_{\lambda r} + k_e\right) + F_{\lambda r} + k_i - \right.$$
$$\left. -(B_d\Psi_{k1} + B_{in}k_i)\text{Ja}\right]\text{Ku} + \text{Ja}\left\{\left(\text{Ja}(3\Psi_{k1} + FR) - \right.\right.$$
$$\left.\left. -3B_{in}(1 + FR/6)\right] + 6(1-\Psi_{k1})\right\} = 0, \tag{5}$$

для сокращения записи использованы приведенные ниже обозначения рабочего (L) и подъемного (L_r) участков (см. рис. 1) с безразмерными параметрами:

$$FR = \frac{\text{Fr}_G}{F_\lambda};\; F_{\lambda r} = \frac{\lambda_r}{2F_\lambda}\frac{L_r}{d_{er}}\left(\frac{A}{A_r}\right)^2;\; LR = \frac{L_r}{L};\; k_i = \frac{k_{in}}{F_\lambda};$$
$$F_\lambda = \frac{\lambda_0 L}{2d_e};\; k_e = \frac{k_{ex1}}{F_\lambda}\left(\frac{A}{A_r}\right)^2\left[1 + \frac{k_{ex2}}{k_{ex}}\frac{\rho_{ex1}}{\rho_{ex2}}\left(\frac{A_r}{A_2}\right)^2\right]. \tag{6a-e}$$

Поправки B_{in}, B_d и B_{dr} на «дефект» плотности из-за термического расширения и кипения с недогревом учитывают неравномерный профиль паровой фазы через осредненное по длине расходное паросодержание.

Уравнение (5) представляет К1М форму критерия статической неустойчивости для подъемной ветви, состоящей из обогреваемого и подъемного участков (рис. 1), и является дальнейшим К1М обобщением критерия Рохаджи-Даффи [1].

Критерий (5) с математической точки зрения является *общим уравнением второй степени* с параметрами, представляющими термогидравлические характеристики рассматриваемого канала (подъемной ветви контура ЕЦ). Условия существования положительных вещественных решений для него:

$$\mathrm{Ja}_0 \ge \left(1+\frac{k_i}{2\Psi_{k1}+k_e}\right)\frac{2\Psi_{k1}+k_e}{2\Psi_{k1}+k_e+B_d\Psi_{k1}+B_{in}k_i}, \quad (7)$$

$$\mathrm{Ja}_{cr} = \max\Big\{\Big[(1-\mathrm{Ja})\big(2\Psi_{k1}+F_{\lambda r}+k_e\big)+F_{\lambda r}+k_i -$$
$$-(B_d\Psi_{k1}+B_{in}k_i)Ja\Big]^2 - \Big[(1+B_d)(\Psi_{k1}+k_e-FR)-$$
$$-(1+B_{dr})(F_{\lambda r}-LR\cdot FR)\Big]\times \quad (8)$$
$$\times \mathrm{Ja}\Big\{\Big[\mathrm{Ja}(3\Psi_{k1}+FR)-3B_{in}(1+FR/6)\Big]+6(1-\Psi_{k1})\Big\}=0\Big\}.$$

Значения критического недогрева по (8), определяющие наступление СН, для подъемной ветви ниже, чем для простого канала, поскольку как учет неоднородных профилей паросодержания (при $\Psi > 1$), так и влияние дополнительных сопротивлений элементов подъемной ветви (λ_r и k_{ex2}, а также B_{in}, и B_d) снижают значения критического недогрева наступления статической неустойчивости, увеличивая область СН в координатах Ja-Ku. С консервативной точки зрения наименьший из корней уравнения (8) определяет критический недогрев на входе в рабочий участок у границы статической устойчивости в рассматриваемой подъемной ветви.

2. АНАЛИЗ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА, ВОЗНИКАЮЩИХ ИЗ К1М КРИТЕРИЯ СН

Аналитическая форма обобщенного критерия СН (5) представляется весьма полезной как с точки зрения математического анализа его основных свойств, так и для дальнейшей верификации и валидации разрабатываемой модели.

Для наиболее полного и лаконичного физико-математического анализа полезно записать его в каноническом виде, используя матричную форму представления коэффициентов

Тогда критерий (5) может быть представлен в декартовой системе координат в классическом каноническом виде (см. (9)) и инвариантов кривых второго порядка (10а-в):

$$a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2+2a_{13}x+2a_{23}y+a_{33}=0,$$
$$\text{где } a_{ik}=a_{ki} \quad (i,k=1,2,3); \quad (9)$$

$$I=a_{11}+a_{22},\ \delta=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix},\ A=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}. \quad (10а-в)$$

Используя их, нетрудно получить координаты центра кривой (и другие математические характеристики исследуемых кривых второго порядка):

$$x_0=-\frac{1}{\delta}\begin{vmatrix}a_{13} & a_{12}\\ a_{23} & a_{22}\end{vmatrix},\ y_0=-\frac{1}{\delta}\begin{vmatrix}a_{11} & a_{13}\\ a_{21} & a_{23}\end{vmatrix} \quad (\delta\ne 0). \quad (11а,б)$$

Характеристическая квадратичная форма и соответствующие ей уравнения есть

$$F_0(x,y)=a_{11}x^2+2a_{12}xy+a_{22}y^2, \quad (12)$$

$$\begin{vmatrix}a_{13}-\chi & a_{12}\\ a_{23} & a_{22}-\chi\end{vmatrix}=0 \text{ или } \chi^2-I\chi+\delta=0, \quad (13а,б)$$

где корни χ_1, χ_2 являются собственными значениями действительной симметричной матрицы $[a_{ik}]$ и, как следствие этого, всегда действительны.

Ниже эти определения использованы для изучения важнейших свойств полученного К1М критерия статической неустойчивости (5).

Границы статической неустойчивости по критерию (5) – суть гиперболы.

Найдем знак второго инварианта критерия (5) с помощью малого дискриминанта – δ (см. 10б). Этот знак определяет тип линии второго порядка, в частности $\delta < 0$ относит ее к гиперболическому типу. Записав (10б) в физических переменных, получим

$$\delta=-\Big\{\Psi_{k1}^2(1+B_d+B_d^2)+\Psi_{k1}\Big[k_e(1-B_d)+(1+B_d)$$
$$\big(2FR+3B_{in}(1+FR/6)\big)+2(2+B_d)(F_{\lambda r}+B_{in}k_i)\Big]+$$
$$+k_e^2+(F_{\lambda r}+B_{in}k_i)(2k_e+F_{\lambda r}+B_{in}k_i)+$$
$$+(1+B_{dr})(LR\cdot FR-F_{\lambda r})\big(3\Psi_{k1}+FR-3B_{in}(1+FR/6)\big)+$$
$$+(1+B_d)(k_e-FR)\big(FR-3B_{in}(1+FR/6)\big)\Big\}. \quad (14)$$

Замечая, что все составляющие для a_{ik} малого дискриминанта (14) по своему физическому смыслу больше нуля, а также, что вклад отрицательных слагаемых меньше положительных (даже при больших значениях $(FR > 10)$), убеждаемся, что $\delta < 0$. Полученный результат представляет доказательство *гиперболического* типа кривой второго порядка. Его можно сформулировать в виде следующей леммы.

Лемма. Алгебраическая кривая второго порядка, описывающая границу статической неустойчивости, определяемой К1М критерием (5), является гиперболой, поскольку *характеристическая квадратичная форма (12),* представленная соотношением (14) для малого дискриминанта (10б), *является отрицательно определенной.*

Малый дискриминант входит составной частью в основные характеристические уравнения, описывающие поведение искомых кривых второго порядка, представляющих границы статической неустойчивости. Упрощения малого дискриминанта (14) наступают при следующих допущениях:

1) для высоких скоростей $FR \to 0$

$$\delta = -\Big\{\Psi_{k1}^2(1+B_d+B_d^2)+\Psi_{k1}\big[k_e(1-B_d)+3B_{in}(1+B_d)+$$
$$+2(2+B_d)(F_{\lambda r}+B_{in}k_i)\big]+k_e^2+(F_{\lambda r}+B_{in}k_i)\times$$
$$\times(2k_e+F_{\lambda r}+B_{in}k_i)-3F_{\lambda r}(1+B_{dr})\big(\Psi_{k1}-B_{in}\big)-$$
$$-3B_{in}k_e(1+B_d)\Big\}; \quad (15)$$

2) при малом влиянии термического расширения $B_{in} \to 0$

$$\delta = -\Big\{\Psi_{k1}^2(1+B_d+B_d^2)+\Psi_{k1}\big[k_e(1-B_d)\big]+k_e^2+$$
$$+F_{\lambda r}\Big(2\big[\Psi_{k1}(2+B_d)+k_e\big]+F_{\lambda r}-3\Psi_{k1}(1+B_{dr})\Big)\Big\}; \quad (16)$$

3) при незначительном влиянии неравновесного пара $B_d \to 0$ и $B_{dr} \to 0$

$$\delta = -\Big\{\Psi_{k1}^2+\Psi_{k1}k_e+k_e^2+F_{\lambda r}(\Psi_{k1}+2k_e+F_{\lambda r})\Big\}; \quad (17)$$

4) для гомогенной модели (с равными скоростями фаз) $\Psi_{k1} \equiv 1$

$$\delta = -\Big\{1+k_e+k_e^2+F_{\lambda r}(1+2k_e+F_{\lambda r})\Big\}; \quad (18)$$

5) для простого канала – без подъемного участка $F_{\lambda r} \equiv 0$

$$\delta = -\Big\{1+k_e+k_e^2\Big\}. \quad (19)$$

Последние четыре соотношения ясно указывают, что возможность перехода от гиперболического характера кривых, описывающих границу статической неустойчивости, к параболическому (при $\delta > 0$) возникает лишь при высокой неравновесности в области весьма малых расходов (большие значения числа *FR*). Если допустить, что изменения переменных в (14) имеют порядок единицы, то для того, чтобы малый дискриминант стал больше нуля, необходимо, по крайней мере, чтобы $FR >> 20$.

Асимптоты граничной кривой СН.

Знание асимптотического поведения граничных кривых важно при тестировании и верификации разрабатываемой модели.

Для отыскания наклонных асимптот К1М критериального уравнения СН (5) подставим в него искомую форму наклонной асимптоты $\mathrm{Ja} = \eta\mathrm{Ku} + b$ и, выделив группу «старших» (квадратичных) членов, получим

$$a_{22}\eta^2 - 2a_{12}\eta + a_{11} = 0, \quad (20)$$
$$b(b \cdot a_{22} + 2a_{23}) = 0, \quad (21)$$

из которых следует, что *b*=0, а углы наклона асимптоты $\eta_{1,2}$ в каноническом виде есть

$$\eta_{1,2} = \frac{a_{12} \pm \sqrt{a_{12}^2 - a_{11}a_{22}}}{a_{22}} = \frac{a_{12} \pm \sqrt{-\delta}}{a_{22}} =$$
$$= \frac{(\Psi_{k1}(2+B_d)+F_{\lambda r}+k_e+B_{in}k_i) \pm \sqrt{-\delta}}{3\Psi_{k1}+FR-3B_{in}(1+FR/6)}. \quad (22)$$

Рассмотрим предельные случаи:

1) для незначительного влияния $B_{in} \to 0$ и неравновесного пара $B_d \to 0$, $B_{dr} \to 0$ в области умеренных и высоких массовых скоростей $\mathrm{FR} \to 0$

$$\eta_{1,2} = \frac{2\Psi_{k1}+F_{\lambda r}+k_e}{3\Psi_{k1}} \pm$$
$$\pm \frac{\sqrt{\Psi_{k1}^2+\Psi_{k1}k_e+k_e^2+F_{\lambda r}(\Psi_{k1}+2k_e+F_{\lambda r})}}{3\Psi_{k1}}; \quad (23)$$

2) для гомогенной модели $\Psi_{k1} \equiv 1$

$$\eta_{1,2} = \frac{2+F_{\lambda r}+k_e \pm \sqrt{1+k_e+k_e^2+F_{\lambda r}(1+2k_e+F_{\lambda r})}}{3}; \quad (24)$$

3) при $F_{\lambda r} << 1$ и $k_e << 1$ после разложения в ряд Тейлора имеем

$$\eta_1 \approx 1 + k_e/6 \;\text{ и }\; \eta_2 \approx (1-k_e/2)/3. \quad (25)$$

Последняя зависимость представляет грубую оценку поведения асимптоты граничной кривой СН.

Главное направление оси гиперболы (между ею и осью *ох*) определяется формулой

$$\mathrm{tg}(2\varphi) = \frac{2a_{12}}{a_{11}-a_{22}}, \quad (26)$$

которое, в частности, в приведенных выше предельных случаях 1)–3) предстанет как

$$\varphi = \frac{1}{2}\mathrm{arc\,tg}\left(\frac{2(2\Psi_{k1}+F_{\lambda r}+k_e)}{2\Psi_{k1}-k_e}\right)_{\Psi_{k1}\equiv 1} =$$
$$= \frac{1}{2}\mathrm{arc\,tg}\left(\frac{2(2+F_{\lambda r}+k_e)}{2-k_e}\right)_{F_{\lambda r}<<1,\,k_e<<1} \cong 31,72°. \quad (27)$$

Как видно из сравнения угла наклона асимптот (бо́льшего из корней) по (23)–(25), эти зависимости отличаются от (27) в большую сторону, что указывает на расширение области неустойчивости с ростом аргумента Ku. Если в пространстве Ja-Ku за начало координат принять точку (0, 0), соотношения (22) и (26) можно рассматривать как асимптотические приближения К1М критерия для области статической неустойчивости пароводяных потоков в канале (подъемной ветви контура ЕЦ).

3. КРИТЕРИЙ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ НЕДОГРЕВА Ja_{cr} НА ГРАНИЦЕ СН

Вывод критерия Ja_{cr} исходит из положительности дискриминанта исходного обобщенного соотношения (5), каноническое решение которого есть

$$\mathrm{Ja}_{cr_{1,2}} \equiv \frac{a_{12}a_{13}+a_{11}a_{23} \pm \sqrt{a_{11}(a_{22}a_{13}^2+a_{23}(2a_{12}a_{13}+a_{11}a_{23}))}}{-\delta(=a_{12}^2-a_{11}a_{22})}. \quad (28)$$

Это наиболее лаконичная и полная форма критерия критического недогрева для границы статической неустойчивости. Малые значения a_{23} характерны для потоков с малой неоднородностью и малым влиянием изменения плотности жидкой фазы.

Для дальнейшего анализа выразим коэффициенты Ja_{cr} через физические характеристики нашей модели СН (5) (ниже индекс κ_1 опущен и обозначено $k_{er} = F_{\lambda r} + k_e$). Тогда в приведенных выше предельных случаях 1)–3) при $a_{23} \to 0$ зависимость для критического недогрева станет:

$$1)\ \mathrm{Ja}_{cr_{1,2}} = \frac{(2\Psi + k_{er})(2\Psi + k_{er} + k_i)}{\Psi^2 + \Psi k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(\Psi + 2k_e + F_{\lambda r})} \times \left(1 \pm \sqrt{\frac{\Psi^2 + \Psi k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(\Psi + 2k_e + F_{\lambda r})}{(2\Psi + k_{er})^2}}\right), \quad (29)^{*)}$$

$$2)\ \mathrm{Ja}_{cr_{1,2}} = \frac{(2 + k_{er})(2 + k_{er} + k_i)}{1 + k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(+2k_e + F_{\lambda r})} \times \left(1 \pm \sqrt{\frac{1 + k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(1 + 2k_e + F_{\lambda r})}{(2 + k_{er})^2}}\right), \quad (30)$$

$$3)\ \mathrm{Ja}_{cr_{1,2}} = \frac{(2 + k_e)(2 + k_e + k_i)}{1 + k_e + k_e^2} \cdot \left(1 \pm \sqrt{\frac{1 + k_e + k_e^2}{(2 + k_e)^2}}\right). \quad (31)$$

Далее при $1 >> k_e$ критерий (31) принимает простейший вид

$$\mathrm{Ja}_{cr_{1,2}} = 2(2 + k_i) \cdot \left(1 \pm \sqrt{1/2}\right). \quad (32)$$

Как видно из соотношений (27)–(31), в зависимости от конкретных гидравлических и геометрических свойств рассматриваемого канала (ветви контура ЕЦ) значения критического недогрева могут отличаться как в большую, так и меньшую сторону от простейшего. Соотношение (32) уточняет также и критерий П.А. Петрова, связывая его с сопротивлением на входе в канал.

Координаты центра гиперболы следуют из соотношений (11а,б) и в физических переменных К1М модели статической неустойчивости (5), (15) имеют вид:

$$\mathrm{Ku}_0 = \frac{(2\Psi + k_{er} + k_i)\left[3\Psi + FR - 3B_{in}(1 + FR/6)\right] -}{-\delta} - \frac{3(\Psi - 1)\left((2 + B_d)\Psi + k_{er} + B_{in}k_i\right)}{-\delta}; \quad (33)$$

$$\mathrm{Ja}_0 = \frac{\left((2 + B_d)\Psi + k_{er} + B_{in}k_i\right)(2\Psi + k_{er} + k_i) + 3(\Psi - 1)}{-\delta} \times \frac{\left[(1 + B_d)(\Psi + k_e - FR) + (1 + B_{dr})(F_{\lambda r} - LR \cdot FR)\right]}{-\delta}. \quad (34)$$

Для рассмотренных выше трех предельных случаев имеем:

при $B_{in} \to 0$, $B_d \to 0$, $B_{dr} \to 0$ и $\mathrm{FR} \to 0$

$$\mathrm{Ku}_0 = \frac{3\Psi(2\Psi + k_{er} + k_i) - 3(\Psi - 1)(2\Psi + k_{er})}{\Psi^2 + \Psi k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(\Psi + 2k_e + F_{\lambda r})}, \quad (35)$$

$$\mathrm{Ja}_0 = \frac{(2\Psi + k_{er})(2\Psi + k_{er} + k_i) + 3(\Psi - 1)(\Psi + k_{er})}{\Psi^2 + \Psi k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(\Psi + 2k_e + F_{\lambda r})}; \quad (36)$$

при $\Psi \equiv 1$ и при $F_{\lambda r} = 0$ и $k_e <<1$ получим

$$\mathrm{Ku}_0 = \frac{3(2 + k_{er} + k_i)}{1 + k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(1 + 2k_e + F_{\lambda r})}, \quad (37)$$

$$\mathrm{Ja}_0 = \frac{(2 + k_{er})(2 + k_{er} + k_i)}{1 + k_e + k_e^2 + F_{\lambda r}(1 + 2k_e + F_{\lambda r})}, \quad (38)$$

что сопоставимо с предельными значениями недогрева простейшей модели [1].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Критерий статической неустойчивости приведен к канонической квадратичной форме, представляющей уравнение кривой второго порядка с коэффициентами, зависящими от геометрических размеров и режимных условий, полученные решения можно отнести к “образцовым” (benchmark) решениям. Аналитическая форма этих соотношений обеспечивает наибольшую глубину и полноту анализа полученных результатов.

Полученные аналитические соотношения составляют содержание К1М метода описания границы СН двухфазных неравновесных потоков в каналах и подъемных ветвях (контуров ЕЦ). Эти новые результаты существенно расширяют и углубляют как эмпирические модели СН типа П.А. Петрова, так и аналитические типа Рохаджи-Даффи [1] в отношении учета неоднородных распределений параметров, а также с точки зрения математического анализа алгебраических кривых, возникающих из К1М критерия.

Доказан гиперболический тип кривых, описывающих границы СН. Получены соотношения для асимптот и координат центра гиперболы, показаны предельные переходы к моделям с более “сильными” допущениями: с преобладанием вынужденной циркуляции *FR=0* и отсутствием эффектов с термическим расширением и поверхностным кипением $B_{in} \to 0$, $B_d (= B_{dr}) \to 0$, гомогенной $\Psi \equiv 1$, а также к простейшей модели с малым влиянием сопротивления на выходе $k_e = 0$.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

A – площадь поперечного сечения;
B_{in}, B_d, B_{dr} – безразмерные дефекты плотности;
C_p – удельная теплоемкость;
d – диаметр канала;
g – ускорение свободного падения;
G_A – массовая скорость потока;
h – удельная энтальпия потока;
h_{fg} – теплота парообразования;
P – давление;
q'' – плотность теплового потока;
$Q_0 = q'' L\pi d$ – тепловой поток;

*) Выражения для полуосей гиперболы $A = \sqrt{-A/(\chi_1\delta)}$ и $B = \sqrt{-A/(\chi_2\delta)}$ оказываются громоздкими (по сравнению с (29)) и, представляя лишь академический интерес, в дальнейшем не рассматриваются.

z' – координата конца экономайзерного участка;
α – истинное объемное паро(газо)содержание;
θ – угол наклона к вертикальной оси;
λ – коэффициент трения;
ρ – плотность;
$\mathrm{Ku}=Q_0(\rho_f-\rho_g)/(AG_A h_{fg}\rho_g)$ – число Кутателадзе;
$\mathrm{Ja}=\Delta h_{in}(\rho_f-\rho_g)/(h_{fg}\rho_g)$ – число Якоба;
$\mathrm{Fr}_G=g\cos\theta L\rho^2{}_f/G^2{}_A$ – число Фруда.

Индексы:
f – жидкость;
g – пар;
in – вход;
ex – выход;
$'$ – насыщение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Rohatgi U.S., Duffey R.B.** Natural Circulation and Stability Limits in Advanced Plants: the Galilean Law // Proc. Int. Conf. on New Trends in Nuclear System Thermal Hydraulics. Pisa, Italy, 1994. V.1. P.177–185.
2. **Nakoryakov V.E., Kashinsky O.N., Burdukov A.P., Odnoral V.P** Local characteristics of upward gas-liquid flows // Int. J. Multiphase Flow. 1981. V.7. P.63–81.
3. **Kornienko Y.N**. Generalized integral forms for friction, heat and mass transfer coefficients // Int. J. Heat Mass Transfer. 1995. V.38. N16. P.3103–3108.
4. **Kornienko Y.N.** Development of Lyon-Type Closure Relationships for Non-Homogeneous Flows in Simple Geometry Channels // Journal of Engineering Thermophysics. 2003. V.12. N2. P.131–142.