УДК 532. 5: 621. 694

*Т.В. Белавина, Л. Р. Пантелеева, Я.Д. Золотоносов*

Казанский государственный энергетический университет, Россия

# СОПРЯЖЕННАЯ ЗАДАЧА КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В КОНВЕРГЕНТНОМ КАНАЛЕ, СОЧЛЕНЕННОМ С КОЛЬЦЕВОЙ НАСАДКОЙ СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

## АННОТАЦИЯ

Предложена математическая модель сопряженной задачи конвективного теплообмена в радиально вращающемся конвергентном канале с внутренними лопатками, сочлененном с кольцевой насадкой сложной конфигурации.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Важной задачей современной теплотехники является создание высокоэффективных малогабаритных теплообменных аппаратов большой мощности с интенсивными процессами конвективного теплообмена, реализуемыми различными методами.

На практике эти методы реализуются при ламинарном режиме течения в каналах, вращающихся вдоль своей оси [1,2] и радиально вращающихся каналах сложной конфигурации [3] пароструйного подогревателя [4].

По предварительным оценкам коэффициент полезного действия такого центробежного подогревателя равен 97 %, а энергетическая производительность на порядок выше аналогов вследствие интенсивных тепловых и гидродинамических режимов, позволяющих увеличить число Нуссельта на теплопередающих поверхностях в 3.5 раза. Кроме того, в предлагаемом центробежном аппарате термическое сопротивление теплоотдачи снижается в 3…10 раз, что ведет к увеличению коэффициента теплоотдачи на внешней стенке.

Для обеспечения тонкого распыла жидкости и обеспечения интенсивного межфазового взаимодействия в аппаратах рассматриваемого класса на выходе из конвергентного канала устанавливаются насадки в виде каналов с прямоугольной или треугольной формой сечения.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА

Рассмотрим случай, когда жидкость поступает в конвергентный канал, сочлененный с призматическим каналом (рис. 1.). Каналы вращаются вокруг оси, перпендикулярной направлению движения жидкости, с постоянной угловой скоростью $\vec{\omega}$. Течение жидкости установившееся, стационарное, ламинарное.

Для описания процессов гидродинамики и теплообмена введем цилиндрическую систему координат $(r, \varphi, z)$, жестко связанную с каналами и ориентированную таким образом, чтобы ось вращения была направлена вдоль оси $r$, а ось $z$ направлена в сторону течения жидкости.

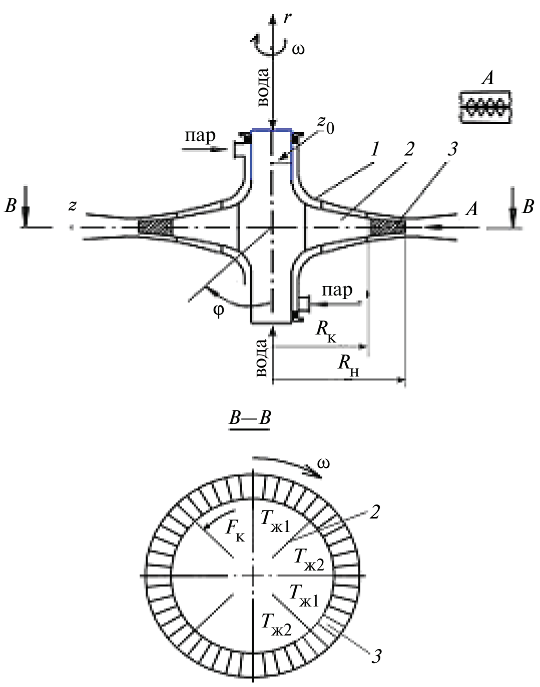


Рис. 1. Элемент пароструйного центробежного подогревателя: 1 – конвергентный криволинейный канал; 2 – радиальные лопатки; 3 – канал сложной конфигурации

Запишем уравнения движения, неразрывности, энергии и теплопроводности для стенок и лопаток в случае ламинарного течения вязкой жидкости в радиально вращающемся канале [3]:

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\nabla^2 V_r - \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{V_r}{r^2}\right) + 2\omega\left(V_r \sin\varphi + V_\varphi \cos\varphi\right) + \omega^2 z \cos\varphi, \quad (1)$$

$$V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu\left(\nabla^2 V_\varphi + \frac{2}{r^2}\frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi}{r^2}\right) - 2\omega\left(V_r \cos\varphi - V_\varphi \sin\varphi\right) + \omega^2 z \sin\varphi, \quad (2)$$

$$V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial V_z}{\partial\varphi}+V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\nabla^2V_z, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{\partial V_z}{\partial z}+\frac{V_r}{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_\varphi}{\partial\varphi}=0, \qquad (4)$$

$$V_r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\frac{\partial T}{\partial\varphi}+V_z\frac{\partial T}{\partial z}=a\nabla^2T, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^2T_c}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_c}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2T_c}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2T_c}{\partial z^2}=0\ , \qquad (6)$$

$$\frac{\partial^2T_л}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T_л}{\partial r}+\frac{\partial^2T_л}{\partial z^2}=0\ , \qquad (7)$$

где $\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

В конвергентном канале 1, снабженном радиальными лопатками 2 (рис. 1), систему уравнений (1)–(6) будем решать при следующих граничных условиях:

$$z=z_0:\quad V_r=u_0;\ V_\varphi=\omega z_0;\ V_z=0;\quad T=T_0;\ p=p_0;\quad \frac{\partial V_z}{\partial z}=\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}=\frac{\partial V_r}{\partial z}=0;\quad \frac{\partial T}{\partial z}=0;\ \frac{\partial T_c}{\partial z}=0;\ \frac{\partial T_л}{\partial z}=0; \qquad (8)$$

$$r=0:\quad V_r=u_0;\ V_z=0;\ \frac{\partial V_z}{\partial r}=\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}=0;\quad \frac{\partial T}{\partial r}=0;\ \frac{\partial T_л}{\partial r}=0;\ \frac{\partial p}{\partial r}=0; \qquad (9)$$

$$r=h:\quad V_r=V_z=0;\ V_\varphi=\omega z;\quad T=T_c;\ T_л=T_c;\ \lambda\frac{\partial T}{\partial r}=\lambda_c\frac{\partial T_c}{\partial r}; \qquad (10)$$

$$r=h+\sigma:\quad \lambda_c\frac{\partial T_c}{\partial r}=\alpha_n\left(T_n-T_c\right); \qquad (11)$$

$$\varphi=\varphi_0:\quad V_r=V_z=0;\ V_\varphi=\omega z;\ T=T_л;\quad \lambda\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha_л\left(T_л-T\right);\quad \lambda\frac{\partial T}{\partial r}=\lambda_л\frac{\partial T_л}{\partial r}; \qquad (12)$$

$$\varphi=-\varphi_0:\quad V_r=V_z=0;\ V_\varphi=\omega z;\ T=T_л;\quad \lambda\frac{\partial T}{\partial r}=\alpha_л\left(T_л-T\right);\quad \lambda\frac{\partial T}{\partial r}=\lambda_л\frac{\partial T_л}{\partial r}. \qquad (13)$$

Решение уравнений (1) – (7) с граничными условиями (8) – (13) будем искать в виде:

$$\begin{aligned}
&V_r=u_0\ f\left(\bar r,\varphi,\bar z\right);\\
&V_\varphi=\omega\,\bar z r_0 G\left(\bar r,\varphi,\bar z\right);\\
&V_z=u_0\ H\left(\bar r,\varphi,\bar z\right);\\
&p-p_0=\rho\ u_0^2P\left(\bar r,\varphi,\bar z\right);\\
&T\left(\bar r,\varphi,\bar z\right)=T_0\ t\left(\bar r,\varphi,\bar z\right);\\
&T_c\left(\bar r,\varphi,\bar z\right)=T_0\ \theta_c\left(\bar r,\varphi,\bar z\right);\\
&T_n\left(\bar r,\varphi,\bar z\right)=T_0\ \theta\left(\bar r,\varphi,\bar z\right);\\
&T_л\left(\bar r,\varphi,\bar z\right)=T_c\ \theta_л\left(\bar r,\varphi,\bar z\right),
\end{aligned} \qquad (14)$$

где $\bar r=\frac{r}{r_0}$, $\bar z=\frac{z}{r_0}$ – безразмерные переменные.

Подставляя (14) в уравнения (1) – (7), получаем

$$f\frac{\partial f}{\partial\bar r}+NG\frac{\bar z}{\bar r}\frac{\partial f}{\partial\varphi}+H\frac{\partial f}{\partial\bar z}=-\frac{\partial P}{\partial\bar r}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\bar\nabla^2f-\frac{2N\bar z}{\bar r^2}\frac{\partial G}{\partial\varphi}-\frac{f}{\bar r^2}\right\}+2fN\sin\varphi+N^2\bar z\left(\frac{\bar z}{\bar r}G^2+\cos\varphi+2G\cos\varphi\right), \qquad (15)$$

$$\bar z\left(f\frac{\partial G}{\partial\bar r}+NG\frac{\bar z}{\bar r}\frac{\partial G}{\partial\varphi}+H\frac{\partial G}{\partial\bar z}\right)=-\frac{1}{N\bar r}\frac{\partial P}{\partial\varphi}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left\{\bar z\bar\nabla^2G+2\frac{\partial G}{\partial\bar r}+\frac{2}{\bar r^2N}\frac{\partial f}{\partial\varphi}-\frac{\bar z}{\bar r^2}G\right\}-H+N\bar z\left(1+2G\right)\sin\varphi-f\left(2\cos\varphi+\frac{\bar z}{\bar r}G\right), \qquad (16)$$

$$f\frac{\partial H}{\partial\bar r}+NG\frac{\bar z}{\bar r}\frac{\partial H}{\partial\varphi}+H\frac{\partial H}{\partial\bar z}=-\frac{\partial P}{\partial\bar r}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\bar\nabla^2H, \qquad (17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial\bar r}+N\frac{\bar z}{\bar r}\frac{\partial G}{\partial\varphi}+\frac{\partial H}{\partial\bar z}+\frac{f}{\bar r}=0, \qquad (18)$$

$$f\frac{\partial t}{\partial\bar r}+NG\frac{\bar z}{\bar r}\frac{\partial t}{\partial\varphi}+H\frac{\partial t}{\partial\bar z}=\frac{1}{\mathrm{Pe}}\bar\nabla^2t, \qquad (19)$$

$$\frac{\partial^2\theta_c}{\partial\bar r^2}+\frac{1}{\bar r}\frac{\partial\theta_c}{\partial\bar r}+\frac{1}{\bar r^2}\frac{\partial^2\theta_c}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\theta_c}{\partial\bar z^2}=0, \qquad (20)$$

$$\frac{\partial^2\theta_л}{\partial\bar r^2}+\frac{1}{\bar r}\frac{\partial\theta_л}{\partial\bar r}+\frac{\partial^2\theta_л}{\partial\bar z^2}=0. \qquad (21)$$

Здесь $\bar\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial\bar r^2}+\frac{1}{\bar r}\frac{\partial}{\partial\bar r}+\frac{1}{\bar r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2}{\partial\bar z^2}$ – оператор Лапласа для безразмерных переменных; $\mathrm{Re}=\frac{u_0\ r_0}{\nu}$ – число Рейнольдса; $\mathrm{Pe}=\frac{u_0\ r_0}{a}$ – число Пекле; $N=\frac{\omega\ r_0}{u_0}$ – число закрутки.

Граничные условия для уравнений (15) – (21) преобразуются к виду:

$\bar{z}=1: \; f=1; \; G=1; \; H=0; \; t=1; \; P=0;$

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial G}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial H}{\partial \bar{z}}=0; \tag{22}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial \theta_c}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial \theta_л}{\partial \bar{z}}=0;$$

$\bar{r}=0: \quad f=1; \quad H=0;$

$$\frac{\partial G}{\partial \bar{r}}=0; \; \frac{\partial H}{\partial \bar{r}}=0; \; \frac{\partial \theta_л}{\partial \bar{r}}=0; \; \frac{\partial P}{\partial \bar{r}}=0; \tag{23}$$

$\bar{r}=1: \quad f=H=0; \; G=1; \; t=\theta; \; \theta_л=1;$

$$\lambda\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}=\lambda_c\frac{\partial \theta_c}{\partial \bar{r}}; \tag{24}$$

$$\bar{r}=\bar{\sigma}: \quad \frac{\partial \theta_c}{\partial \bar{r}}=\mathrm{Bi}_1(\theta-\theta_c); \tag{25}$$

$\varphi=\varphi_0: \quad f=H=0; \; G=1; \; t=\theta_л;$

$$\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}=Bi_2(\theta_л-\theta); \tag{26}$$

$$\lambda\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}=\lambda_л\frac{\partial \theta_л}{\partial \bar{z}};$$

$\varphi=-\varphi_0: \quad f=H=0; \; G=1; \; t=\theta_л;$

$$\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}=\mathrm{Bi}_2(\theta_л-\theta); \tag{27}$$

$$\lambda\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}=\lambda_л\frac{\partial \theta_л}{\partial \bar{r}},$$

где $\mathrm{Bi}_1=\dfrac{\alpha_n r_0}{\lambda_c}$, $\mathrm{Bi}_2=\dfrac{\alpha_л r_0}{\lambda}$ – числа Био.

Используя уравнения (1)–(4), Багоутдиновой А.Г. было получено выражение для определения параметра давления при установившемся течении:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \bar{r}^2}+\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial P}{\partial \bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{\partial^2 P}{\partial \varphi^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial \bar{z}^2}=-\left(\frac{\partial f}{\partial \bar{r}}\right)^2-\left(\frac{\partial H}{\partial \bar{z}}\right)^2-$$
$$-\left(\frac{f}{\bar{r}}\right)^2-2\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}\frac{\partial H}{\partial \bar{z}}-\frac{2\bar{z}N}{\bar{r}^2}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\left(G+\bar{r}\frac{\partial G}{\partial \bar{r}}+\cos\varphi\right)-$$
$$-N^2\left[\left(\frac{\partial G}{\partial \varphi}\right)^2-2G^2-2\bar{r}\frac{\partial G}{\partial \bar{r}}-(4G+3)\cos\varphi\right]-$$
$$-2N\left\{\frac{\partial G}{\partial \bar{z}}\frac{\partial H}{\partial \varphi}+\frac{\partial G}{\partial \varphi}\left(\frac{\bar{z}f}{\bar{r}^2}-N\sin\varphi\right)-\frac{2f}{\bar{r}}\sin\varphi\right\}.$$

В кольцевой насадке 3, поперечное сечение которой представляет собой четырехугольник, состоящий из двух равносторонних треугольников *ABD* и *BCD* (рис. 2), сочлененной с конвергентным каналом 1 (рис. 1), систему уравнений (1) – (6) будем решать при следующих граничных условиях:

$z=0: \; V_r=u_1; \; V_\varphi=0; \; V_z=0; \; T=T_1; \; p=p_1;$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z}=\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}=\frac{\partial V_r}{\partial z}=0; \; \frac{\partial T}{\partial z}=\frac{\partial T_c}{\partial z}=0; \tag{28}$$

$r=0: \quad V_r=u_1; \; V_z=0;$

$$\frac{\partial V_z}{\partial r}=\frac{\partial V_\varphi}{\partial r}=0; \; \frac{\partial T}{\partial r}=0; \tag{29}$$

$r=R(\beta): \quad V_r=V_z=0; \; V_\varphi=\omega r; \; T=T_c;$

$$\lambda\frac{\partial T}{\partial r}=\lambda_c\frac{\partial T_c}{\partial r}; \tag{30}$$

$$r=R(\beta)+\sigma: \quad \lambda_c\frac{\partial T_c}{\partial r}=-\alpha_n(T_c-T_n). \tag{31}$$

Решение уравнений (1) – (7) с граничными условиями (28) – (31) будем искать в виде:

$$\begin{aligned}
&V_r=u_1 f(\bar{r},\varphi,\bar{z}); \quad V_\varphi=\omega\bar{z}ZG(\bar{r},\varphi,\bar{z});\\
&V_z=u_1 H(\bar{r},\varphi,\bar{z}); \quad p-p_1=\rho u_1^2 P(\bar{r},\varphi,\bar{z});\\
&T(\bar{r},\varphi,\bar{z})=T_1\, t(\bar{r},\varphi,\bar{z});\\
&T_c(\bar{r},\varphi,\bar{z})=T_1\,\theta_c(\bar{r},\varphi,\bar{z});\\
&T_n(\bar{r},\varphi,\bar{z})=T_1\,\theta(\bar{r},\varphi,\bar{z}),
\end{aligned} \tag{32}$$

где $\bar{r}=\dfrac{r}{R}$, $\bar{z}=\dfrac{z}{Z}$ – безразмерные переменные; $Z=R_н-R_к$; $R=R(\beta)$ – контур поперечного сечения насадка, вычисляемый по формуле

$$R(\beta)=\begin{cases}\dfrac{h}{2\sin(\beta+\frac{6k+1}{6}\pi)}, & \pi k\le\beta\le\dfrac{(2k+1)\pi}{2};\\[2ex] \dfrac{h}{2\sin(\beta-\frac{6k+1}{6}\pi)}, & \dfrac{(2k+1)\pi}{2}\le\beta\le\pi(k+1),\end{cases}$$

$k=0{,}1.$

Здесь $h$ – высота равностороннего треугольника.

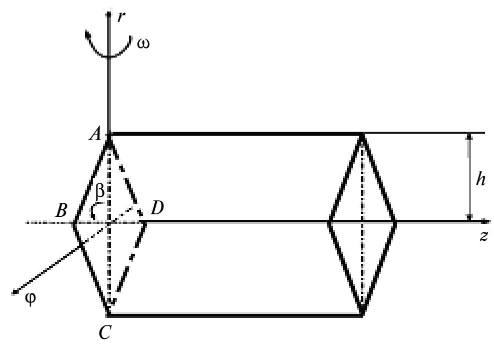


Рис. 2. Контур поперечного сечения насадка

С учетом новых переменных (32) уравнения (1) – (7) запишем:

$$\begin{aligned}
&-f\frac{\partial f}{\partial \bar{r}}+\frac{NG}{\bar{Z}}\frac{\bar{z}}{\bar{r}^2}\frac{\partial f}{\partial \varphi}+\bar{L}H\frac{1}{\bar{r}}\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial P}{\partial \bar{r}}+\\
&+\frac{\bar{R}}{\bar{r}\,\mathrm{Re}}\left\{\bar{r}^2\frac{\partial^2 f}{\partial \bar{r}^2}+(2\bar{r}-1)\frac{\partial f}{\partial \bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}+\right.\\
&\left.+\bar{L}^2\frac{\partial^2 f}{\partial \bar{z}^2}-\frac{2N}{\bar{Z}}\frac{\bar{z}}{\bar{r}}\frac{\partial G}{\partial \varphi}-\frac{f}{\bar{r}^2}\right\}+\frac{2fN\sin\varphi}{\bar{r}\bar{R}}+\\
&+\left(\frac{NG}{\bar{Z}}\frac{\bar{z}}{\bar{r}}\right)^2+\frac{N^2}{\bar{Z}\bar{R}}\frac{\bar{z}}{\bar{r}}(2G+1)\cos\varphi,
\end{aligned} \tag{33}$$

$$-\bar{z}f\frac{\partial G}{\partial \bar{r}}+NG\frac{\bar{z}^2}{\bar{r}^2}\frac{\partial G}{\partial \varphi}+\bar{L}H\frac{\bar{z}}{\bar{r}}\frac{\partial G}{\partial \bar{z}}=-\frac{\bar{Z}}{N\,\bar{r}^2}\frac{\partial P}{\partial \varphi}+$$
$$+\frac{\bar{R}}{\bar{r}\,\mathrm{Re}}\left\{\bar{z}\left(\bar{r}^2\frac{\partial^2 G}{\partial \bar{r}^2}+(2\bar{r}-1)\frac{\partial G}{\partial \bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{\partial^2 G}{\partial \varphi^2}+\right.\right. \tag{34}$$
$$\left.\left.+\bar{L}^2\frac{\partial^2 G}{\partial \bar{z}^2}\right)+2\bar{L}^2\frac{\partial G}{\partial \bar{z}}+\frac{2\bar{Z}}{\bar{r}^2 N}\frac{\partial f}{\partial \varphi}-\frac{\bar{z}}{\bar{r}^2}G\right\}-\frac{HG}{\bar{L}}-$$
$$-\frac{f}{\bar{r}}\left(\frac{2}{\bar{L}}\cos\varphi+\bar{z}G\right)+\frac{N}{\bar{Z}}\frac{\bar{z}}{\bar{r}}(2G+1)\sin\varphi,$$

$$-f\frac{\partial H}{\partial \bar{r}}+\frac{NG}{\bar{Z}}\frac{\bar{z}}{\bar{r}^2}\frac{\partial H}{\partial \varphi}+\frac{\bar{L}H}{\bar{r}}\frac{\partial H}{\partial \bar{z}}=-\frac{\partial P}{\partial \bar{z}}+\frac{\bar{R}}{\bar{r}\,\mathrm{Re}}\times$$
$$\times\left\{\bar{r}^2\frac{\partial^2 H}{\partial \bar{r}^2}++(2\bar{r}-1)\frac{\partial H}{\partial \bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{\partial^2 H}{\partial \varphi^2}+\bar{L}^2\frac{\partial^2 H}{\partial \bar{z}^2}\right\}, \tag{35}$$

$$-\frac{\partial f}{\partial \bar{r}}+\frac{N}{\bar{Z}}\frac{\bar{z}}{\bar{r}^2}\frac{\partial G}{\partial \varphi}+\frac{\bar{L}}{\bar{r}}\frac{\partial H}{\partial \bar{z}}+\frac{f}{\bar{r}^2}=0, \tag{36}$$

$$f\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}+NG\frac{\partial t}{\partial \varphi}-\bar{z}\bar{L}H\frac{\partial t}{\partial \bar{z}}=\frac{\bar{R}}{\mathrm{Pe}}\left\{\bar{r}^2\frac{\partial^2 t}{\partial \bar{r}^2}+\right. \tag{37}$$
$$\left.+(2\bar{r}-1)\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}+\bar{L}^2\frac{\partial^2 t}{\partial \bar{z}^2}\right\},$$

$$\bar{r}^2\frac{\partial^2 \theta_c}{\partial \bar{r}^2}+(2\bar{r}-1)\frac{\partial \theta_c}{\partial \bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\frac{\partial^2 \theta_c}{\partial \varphi^2}+\bar{L}^2\frac{\partial^2 \theta_c}{\partial \bar{z}^2}=0. \tag{38}$$

Здесь $N=\frac{\omega\, d_э}{u_1}$ – число закрутки; $\mathrm{Re}=\frac{u_1\, d_э}{\nu}$ – число Рейнольдса; $\bar{L}=\frac{R}{Z}$; $\bar{Z}=\frac{d_э}{Z}\,\bar{R}=\frac{d_э}{R}$ – безразмерные величины; $\mathrm{Pe}=\frac{u_1 d_э}{a}$ – число Пекле; $d_э=h$ – эквивалентный диаметр.

Граничные условия для уравнений (33) – (38) будут иметь вид:

$$\bar{z}=0: f=1;\; G=H=0;\; t=1;\; F=0;$$
$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial G}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial H}{\partial \bar{z}}=0;\quad \frac{\partial t}{\partial \bar{z}}=\frac{\partial \theta}{\partial \bar{z}}=0; \tag{39}$$

$$\bar{r}=0:\quad f=1;\; H=0;\; t=1;$$
$$\frac{\partial \mathrm{G}}{\partial \bar{r}}=0;\; \frac{\partial H}{\partial \bar{r}}=0;\; \frac{\partial\, t}{\partial \bar{r}}=0; \tag{40}$$

$$\bar{r}=1:\quad f=H=0;\; G=1;\; t=\theta;$$
$$\lambda\frac{\partial t}{\partial \bar{r}}=\lambda_c\frac{\partial \theta}{\partial \bar{r}}; \tag{41}$$

$$\bar{r}=\bar{\sigma}:\quad \frac{\partial \theta}{\partial \bar{r}}=\frac{\mathrm{Bi}}{\bar{r}\bar{R}}(\theta_c-\theta_n), \tag{42}$$

где $\mathrm{Bi}=\frac{\alpha_n d_э}{\lambda_c}$ – число Био.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные математические модели и их численная реализация позволят:

– определить значения скоростей и давления в каналах в зависимости от чисел закрутки и Рейнольдса, а также значения температур в проточной части каналов;

– установить общие закономерности процессов теплообмена при течении вязких жидкостей во вращающихся и неподвижных элементах сложной конфигурации.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$\omega$ – угловая скорость вращения, $с^{-1}$;
$\rho$ – плотность, кг/м$^3$;
$\nu$ – кинематическая вязкость, м$^2$/с;
$V_r$, $V_\varphi$, $V_z$ – радиальная, тангенциальная и осевая составляющие скорости;
*f, G, H, P* – безразмерные компоненты радиальной, тангенциальной, осевой скоростей и параметра давления;
$T$, $T_c$, $T_n$, $T_л$ – температуры жидкости, стенки, пара и радиальной лопатки соответственно, К;
$T_0$, $T_1$ – температуры жидкости на входе в конвергентный канал и насадок соответственно, К;
$u_0$, $u_1$ – начальные скорости на входе в конвергентный канал и насадок соответственно, м/с;
$p_0$, $p_1$ – давление на входе в конвергентный канал и насадок соответственно, Па;
$a$ – коэффициент температуропроводности, м$^2$/с;
$\lambda, \lambda_c, \lambda_л$ – коэффициенты теплопроводности жидкости, стенки и радиальной лопатки соответственно, Вт/(м·К);
$\alpha_n$, $\alpha_л$ – средний коэффициент теплоотдачи пара и радиальной лопатки соответственно, Вт/(м$^2$·К);
$\varphi_0=\frac{2\pi\, r}{n}$, $n$ – число радиальных лопаток.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Горская Т.Ю.** Гидродинамика ламинарного течения вязкой жидкости в теплообменных устройствах с вращающейся рабочей поверхностью типа «конфузор-диффузор»: Дис. … канд. тех. наук. Казань, 2004. 110 с.
2. **Пантелеева Л.Р., Золотоносов Я. Д.** Математическая модель и алгоритм численной реализации конвективного теплообмена в аппарате с вращающейся рабочей поверхностью // Изв. вузов. Проблемы энергетики. Казань; КГЭУ, 2003. № 1 – 2. С.25 – 32.
3. **Багоутдинова А. Г., Золотоносов Я. Д.** Математическое моделирование движения вязкой жидкости в радиально вращающихся каналах сложной конфигурации// Известия вузов. Проблемы энергетики. Казань: КГЭУ, 2003. №11–12. С. 181–186.
4. **Патент 2249777**, Российская Федерация, МПК 7F 28D 11/00. Аппарат для проведения процессов тепломассообмена / Я. Д. Золотоносов, Л.А. Смирнова, Т.Р. Шафигуллин. № 2002115856/06(016690), заяв. 13.06.02 // Открытия. Изобретения. 2004. № 10.