

## ВЛИЯНИЕ ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ТЕПЛООБМЕН ПРИ ПУЛЬСИРУЮЩЕМ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА В ТРУБЕ В УСЛОВИЯХ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ

### АННОТАЦИЯ

Проанализировано влияние различных режимных параметров на средние по периоду колебаний теплоотдачу и сопротивление трения при турбулентном течении газа в трубе с наложенными резонансными колебаниями. Расчетные данные получены путем решения методом конечных разностей системы дифференциальных уравнений движения, неразрывности и энергии, записанных в приближении узкого и акустически узкого канала, дополненной системой указанных уравнений, осредненных по сечению трубы. Использована модель турбулентности, включающая релаксационные уравнения для турбулентных вязкости, касательного напряжения и теплового потока. Установлено, что в резонансных режимах в области пучности средней массовой скорости могут возникать рециркуляционные зоны. От размера этих зон и интенсивности вторичных течений в них существенно зависит теплоотдача и сопротивление.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что гидродинамические и тепловые характеристики пульсирующего течения могут заметно отличаться от этих характеристик при стационарном течении. Наиболее полно как экспериментальным, так и расчетным путем изучено влияние наложенных колебаний расхода на теплоотдачу и сопротивление при течении жидкости в трубе в условиях, когда можно пренебречь сжимаемостью (см. например, [1]). При пульсирующем течении в трубе, длина которой сопоставима с длиной акустической волны, проявляется сжимаемость жидкости. Особый интерес представляют резонансные режимы, в которых при заданных колебаниях давления или расхода на входе в трубу, имеющих малую амплитуду, в определенных сечениях трубы амплитуда колебаний этих величин сильно возрастает (для невязкой жидкости стремится к бесконечности). Вдоль трубы формируются стоячие волны давления и средней массовой скорости с узлами и пучностями. Основным условием, необходимым для осуществления резонансного режима, является связь длины трубы с частотой колебаний: безразмерная длина трубы  $X_L$  должна быть кратна  $\pi/2$  или  $\pi$  (в зависимости от условий на входе и выходе из трубы). Указанное равенство при наличии среднего во времени течения, а также вязкости жидкости и неизотропности колебаний является приближенным. Кроме того, как показал анализ результатов расчетов, проведенных в настоящей и предшествующих ей работах, для пульсирующего турбулентного те-

чения резонансные режимы осуществляются лишь в области относительно высоких частот.

В [2, 3] приведены опытные данные по теплоотдаче в резонансных режимах, свидетельствующие о том, что в сечениях трубы, приближенно соответствующих пучностям средней массовой скорости, средняя по периоду теплоотдача существенно повышается. Результаты обширных экспериментальных исследований локальной теплоотдачи в резонансных режимах (до пяти резонансных гармоник) представлены в [4]. Более поздние исследования в этой области отсутствуют, и данные [4] являются единственными, с которыми можно провести сопоставление результатов численного моделирования.

В [5, 6] проведены расчеты гидродинамики и теплообмена при турбулентном течении газа в условиях резонансных колебаний. Для первой [5] и второй [6] резонансных гармоник воспроизведено полученное в [4] увеличение средней по периоду теплоотдачи по сравнению с теплоотдачей при стационарном течении. Причины этого увеличения можно установить, проведя аналогию между пульсирующим течением несжимаемой и сжимаемой жидкости. Для несжимаемой жидкости в [1] показано, что при влиянии колебаний на средние по периоду характеристики течения и теплообмена проявляется только при относительно высоких амплитудах колебаний расхода. Наблюдается увеличение средних по периоду колебаний теплоотдачи и сопротивления трения в промежуточной области частот, соответствующей значению параметра нестационарности  $S_t \approx 1$ , которое объясняется влиянием пульсаций расхода на турбулентный перенос. В высокочастотной области  $S_t > 1$  с ростом частоты среднее по периоду трение на стенке стремится к его значению при стационарном течении, а средняя теплоотдача возрастает благодаря наличию конвективного члена в уравнении энергии. Основное различие течений несжимаемой и сжимаемой жидкости заключается в том, что в последнем случае средняя массовая скорость изменяется вдоль трубы; в областях с высокими амплитудами колебаний (в пучностях) наблюдается локальное увеличение теплоотдачи.

Расчеты [5, 6] выполнены без учета конвективных членов в уравнении движения, а также радиальной составляющей скорости. Учет этих членов в [7, 8] позволил более точно воспроизвести опытные данные [4]. Кроме того, наличие радиальной составляющей скорости  $w_r$  приводит к еще одному различию пульсирующего течения сжимаемой и не-

сжимаемой жидкости (в последнем случае для развигото течения с постоянными свойствами  $w_r = 0$ ).

Как показано в [3], в резонансных режимах возможно существование стационарных вихрей протяженностью около четверти длины волны, сосредоточенных в области пучности. Эти рециркуляционные зоны получены в [3] расчетным путем на основе приближенного аналитического решения системы уравнений неразрывности и движения в приближении узкого канала для пульсирующего ламинарного изэнтропического течения газа в плоском канале. Существование указанных зон подтверждено экспериментом [3], проведенным методом визуализации течения.

Возникновение вторичных течений в пульсирующих потоках в каналах возможно при выполнении следующих условий. Во-первых, необходимо, чтобы в некоторой области поперечного сечения трубы продольная составляющая скорости имела бы отрицательный знак  $w_x < 0$ . Во-вторых, должна быть отлична от нуля поперечная составляющая скорости. В третьих, нужно, чтобы обе составляющие скорости изменялись как в поперечном, так и в продольном направлении. Для несжимаемой выполняется лишь первое из перечисленных условий (при высоких амплитудах колебаний), поэтому в этом случае рециркуляционные зоны отсутствуют. Для сжимаемой жидкости появление таких зон в определенные моменты времени может повлиять не только на мгновенные характеристики течения и теплообмена, но и на средние по периоду теплоотдачу и сопротивление.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Задача описывается следующей системой безразмерных уравнений движения, неразрывности и энергии, записанных в приближении узкого и акустически узкого канала:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t_\omega} (\bar{\rho} W_x) + M \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} W_x^2) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \bar{\rho} V W_x) = \\ = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{S^2} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \tau_\Sigma), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t_\omega} + M \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} W_x) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \bar{\rho} V) = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t_\omega} (\bar{\rho} \vartheta) + M \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} W_x \vartheta) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \bar{\rho} V \vartheta) = \\ = M(\gamma - 1) \left( \frac{\partial P}{\partial t_\omega} + M W_x \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{S^2 \text{Pr}} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R q_\Sigma). \end{aligned} \quad (3)$$

В уравнении энергии (3) не учитывается вязкая диссипация, что можно сделать при относительно небольших числах Маха.

Граничными условиями для (1)–(3) являются условия прилипания и непроницаемости на стенке и

условие симметрии на оси трубы. Решение проводилось при заданной плотности теплового потока на стенке. На входе в трубу ( $X = 0$ ) задавался равномерный профиль температуры, а течение полагалось гидродинамически стабилизированным. В начальный момент времени течение полагалось стационарным и решение нестационарных уравнений (1)–(3) находилось методом установления по периоду колебаний.

При течении в узких каналах несжимаемой жидкости градиент давления, необходимый для решения приведенной выше системы уравнений, обычно находится с использованием заданного закона изменения во времени средней массовой скорости (постоянной вдоль трубы). При течении в условиях, когда проявляется сжимаемость жидкости, как показано в [9], изменяющиеся по длине и во времени давление и среднюю массовую скорость следует находить из системы одномерных (осредненных по сечению трубы) уравнений движения и неразрывности [8]:

$$\frac{\partial U}{\partial t_\omega} + \frac{\partial P}{\partial X} = -(F_\tau + F_k), \quad (4)$$

$$\frac{M}{\tilde{a}^2} \frac{\partial P}{\partial t_\omega} + M \frac{\partial U}{\partial X} = \Phi_q - \Phi_k. \quad (5)$$

$$\text{Здесь } F_\tau = \frac{\text{Re}}{8S^2} \xi_0^\tau, \quad F_k = 2M \frac{\partial}{\partial X} \int_0^1 \bar{\rho} W_x^2 R dR,$$

$$\Phi_q = \frac{2}{S^2 \text{Pr}} \left( \frac{Q_c}{\vartheta_{R=1}} + \int_0^1 q_\Sigma \frac{\partial \vartheta}{\partial R} R dR \right),$$

$$\Phi_k = 2 \left[ \int_0^1 \frac{\bar{\rho}}{\tilde{a}^2} (M W_x \frac{\partial \vartheta}{\partial X} + V \frac{\partial \vartheta}{\partial R}) R dR \right],$$

$$\tilde{a}^2 = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{R dR}{\tilde{a}^2}.$$

Члены в правой части уравнения (4) учитывают влияние на волну давления трения на стенке ( $F_\tau$ ) и конвективного переноса количества движения ( $F_k$ ). Члены в правой части (5) учитывают влияние неизэнтропичности течения за счет подвода тепла к стенке ( $\Phi_q$ ) и конвективного переноса энергии ( $\Phi_k$ ).

Система (4), (5) должна быть дополнена граничными условиями для средней массовой скорости  $U$  или давления  $P$  на входе и выходе из трубы. В данной работе полагалось, что на входе в трубу ( $X = 0$ ) на поток наложены гармонические колебания расхода:  $U = 1 + A \sin t_\omega$ . Выход из трубы ( $X = X_L$ ) полагался акустически закрытым:  $U = 1$ .

Замыкание системы основных уравнений (1)–(3), как и в других работах авторов, выполненных для несжимаемой и сжимаемой жидкости, проводилось на основе модели турбулентности [3], учитывающей влияние нестационарности течения на турбулентный перенос.

Плотность газа вычислялась по уравнению состояния  $\bar{\rho} = P/\vartheta$ , а скорость звука по соотношению  $\bar{a}^2 = \vartheta$ . Вязкость и теплопроводность газа в данных расчетах полагались постоянными  $\bar{\mu} = \bar{\lambda} = 1$ . Числа  $Pr$  и  $Pr_t$  принимались равными 0,7 и 0,9 соответственно.

Системы основных (1)–(3) и одномерных (3)–(4) уравнений решались совместно методом конечных разностей. Численная схема описана в [8, 9].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Сравнение результатов расчета средней по периоду колебаний теплоотдачи с опытными данными [4] проведено в [7, 8] для первой резонансной гармоники ( $X_L = \pi$ ) и в настоящей работе – для второй резонансной гармоники ( $X_L = 2\pi$ ). Значения режимных параметров, необходимых для проведения расчета, подбирались на основе информации, приведенной в [4].

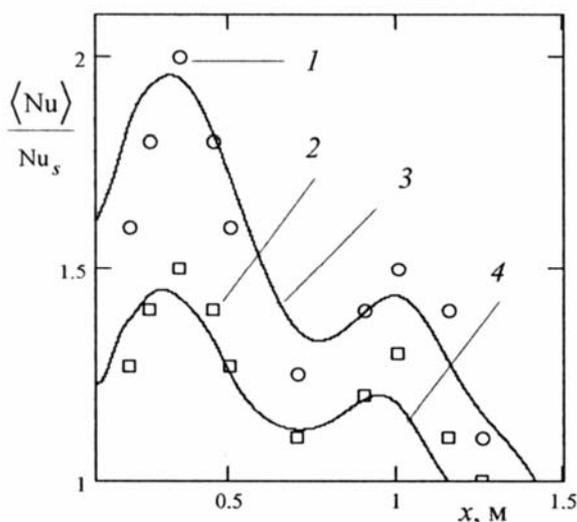


Рис. 1. Распределение среднего по периоду числа Нуссельта вдоль трубы:  $Re = 5 \cdot 10^4$ ,  $S = 93,8$ ,  $M = 0,15$ ,  $Q_c = 10$ ; 1, 3 –  $A = 0,52$ , 2, 4 –  $A = 0,35$ . 1, 2 – эксперимент [4], 3, 4 – расчет

Из рис. 1 видно, что на распределении вдоль трубы средней по периоду теплоотдачи имеются два максимума, убывающих по мере увеличения расстояния от начала обогрева. Такой характер изменения теплоотдачи объясняется тем, что амплитуда колебаний средней массовой скорости в первой от входа пучности больше, чем во второй. Следует подчеркнуть, что при расчете с использованием квазистационарной модели турбулентности указанные максимумы не воспроизводятся.

С целью выявления степени влияния режимных параметров на теплоотдачу и сопротивление трения при колебаниях вблизи первой резонансной гармоники ( $X_L = \pi$ ) были проведены систематические расчеты, результаты которых представлены на рис. 2. Средние по периоду колебаний число Нуссельта и коэффициент сопротивления трения вычислялись

как  $\langle Nu \rangle = 2Q_c / \langle \vartheta_c - \vartheta_{ж} \rangle$ ,  $\xi_0^T = -8 \langle \tau_c \rangle / (\rho_0 w_0^2)$ ; символ  $\langle \rangle$  означает осреднение по периоду колебаний

При расчетах было установлено, что в высокочастотной области при относительно высоких амплитудах колебаний в центре трубы, где расположена пучность средней массовой скорости, вблизи стенки в некоторые моменты времени появляется рециркуляционная зона. Размеры этой зоны и интенсивность вторичных течений в ней, которую можно оценить по значениям функции тока, возрастают с увеличением амплитуды колебаний и уменьшаются с ростом числа Маха и плотности теплового потока на стенке. Эти результаты качественно согласуются с данными, полученными в [3].

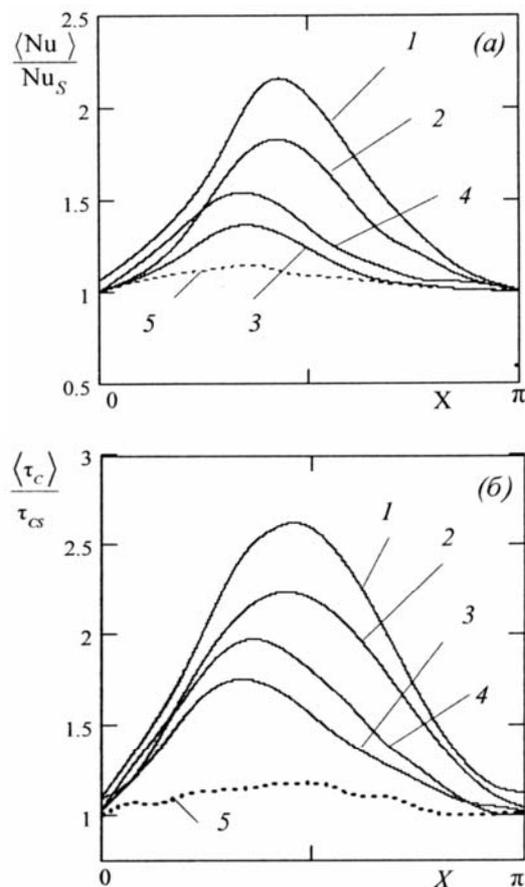


Рис. 2. Изменение средних по периоду теплоотдачи (а) и касательного напряжения на стенке (б) вдоль трубы:  $Re = 5 \cdot 10^4$ . 1 –  $S_t = 1,08$ ,  $A = 0,6$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 20$ ; 2 –  $S_t = 1,08$ ,  $A = 0,4$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 20$ ; 3 –  $S_t = 1,08$ ,  $A = 0,4$ ,  $M = 0,3$ ,  $Q_c = 30$ ; 4 –  $S_t = 1,08$ ,  $A = 0,4$ ,  $M = 0,3$ ,  $Q_c = 20$ ; 5 –  $S_t = 0,05$ ,  $A = 0,4$ ,  $M = 0,3$ ,  $Q_c = 30$

Из рис. 2 видно, что величина максимумов теплоотдачи и сопротивления трения возрастает с увеличением амплитуды колебаний, а при росте  $M$  и  $Q_c$  – уменьшается, причем положение максимумов смещается ко входу. Как уже отмечалось выше, в области низких частот ( $S_t \ll 1$ ) резонансные режимы не наблюдаются и указанные максимумы отсутствуют.

Положение и величина максимальных значений теплоотдачи и сопротивления непосредственно связаны с положением сечения, в котором достигается максимальная амплитуда колебаний средней массовой скорости  $X_{\max}$ , и величиной этой амплитуды  $A_{U_{\max}}$ . Результаты расчета  $X_{\max}$ ,  $A_{U_{\max}}$  в зависимости от режимных параметров представлены на рис. 3, 4.

Отметим, что кроме указанных режимных параметров – амплитуды колебаний расхода на входе  $A$ , безразмерной частоты колебаний  $S$ , числа Маха  $M$ , безразмерной плотности теплового потока  $Q_c$ , при расчете необходимо задавать число Рейнольдса среднего во времени течения  $Re$ . Как показали расчеты, влияние этого режимного параметра в большой степени можно учесть, используя безразмерный критерий нестационарности  $S_t = f(S, Re)$ . Такой вывод следует, в частности, из сравнения кривых 1 и 2 на рис. 4 для разных  $Re$ , которые различаются незначительно.

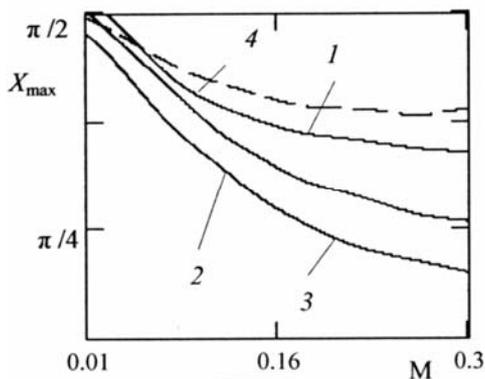


Рис. 3. Положение максимума теплоотдачи:  $Re = 10^5$ ,  $A = 0,4$ ,  $Q_c = 10$ ; 1 –  $S_t = 1,1$ ; 2 –  $S_t = 0,3$ ; 3 –  $S_t = 0,1$ ; 4 –  $S_t = 0,1$ ,  $Q_c = 0,01$

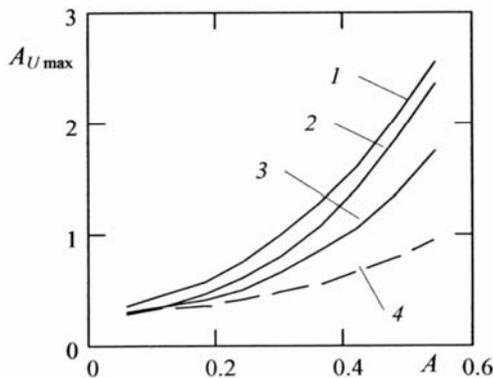


Рис. 4. Максимальная амплитуда колебаний средней массовой скорости:  $S_t = 1,08$ ; 1 –  $Re = 5 \cdot 10^4$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 20$ ; 2 –  $Re = 10^5$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 20$ ; 3 –  $Re = 5 \cdot 10^4$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 30$ ; 4 –  $Re = 5 \cdot 10^4$ ,  $M = 0,3$ ,  $Q_c = 20$

Для практики представляет интерес данные по относительным амплитуде  $a_\tau$  и фазе  $\varphi_\tau$  колебаний касательного напряжения на стенке, которые могут быть использованы для расчета передаточных

функций газового трубопровода [11]. Результаты расчета  $a_\tau$  и  $\varphi_\tau$  представлены на рис. 5. Здесь же приведены расчетные данные, полученные в [12] для несжимаемой жидкости. В этом случае при высоких частотах амплитуда и фаза касательного напряжения на стенке подчиняются закономерностям для ламинарного высокочастотного течения:  $a_\tau = S/4$ ,  $\varphi_\tau = \pi/4$ .

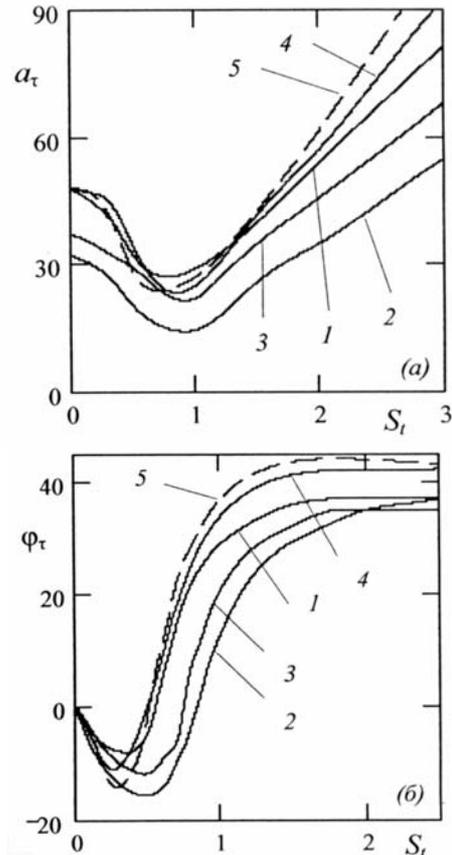


Рис. 5. Амплитуда (а) и фаза (б) колебаний касательного напряжения на стенке:  $X_L = \pi/2$ ,  $Re = 5 \cdot 10^4$ ; 1 –  $A = 0,3$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 0,01$ ; 2 –  $A = 0,2$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 10$ ; 3 –  $A = 0,3$ ,  $M = 0,1$ ,  $Q_c = 10$ ; 4 –  $A = 0,3$ ,  $M = 0,01$ ,  $Q_c = 0,01$ ; 5 – для несжимаемой жидкости  $A = 0,2$

Из рисунков видно, что зависимости  $a_\tau$  и  $\varphi_\tau$  от частоты колебаний для несжимаемой и сжимаемой жидкости имеют одинаковый характер; наблюдаются минимумы на этих зависимостях в промежуточной области частот, объяснение которым дано в [12]. Однако для сжимаемой жидкости значения амплитуды и фазы колебаний касательного напряжения на стенке заметно ниже, чем для несжимаемой, и это различие возрастает с увеличением амплитуды колебаний, числа Маха и плотности теплового потока на стенке. Заметим, что данный вывод справедлив лишь для резонансного режима, а по мере удаления от области резонанса отмеченное различие уменьшается.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методика численного моделирования теплообмена при пульсирующем турбулент-

ном течении сжимаемой жидкости в узкой труб позволила воспроизвести наблюдаемое в экспериментах увеличение средней по периоду колебаний теплоотдачи в резонансных режимах. Дано объяснение максимумам на распределении теплоотдачи по длине трубы, положение которых соответствуют сечениям с максимальными амплитудами колебаний средней массовой скорости. Существенное влияние на теплоотдачу оказывают вторичные течения, интенсивность которых возрастает с увеличением амплитуды колебаний и с уменьшением числа Маха и плотности теплового потока на стенке. Расчеты свидетельствуют о качественной аналогии между теплоотдачей и сопротивлением трения.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$a$  – изэнтропическая скорость звука;  
 $\bar{a} = a/a_0$  – безразмерная скорость звука;  
 $l$  – длина трубы;  
 $M = w_0/a_0$  – число Маха;  
 $Nu = 2q_c r_0 / [(T_c - T_{ж})\lambda]$  – число Нуссельта;  
 $p$  – давление;  
 $P = p / (\rho_0 w_0 a_0)$  – безразмерное давление;  
 $Pr$  – число Прандтля;  
 $q_c$  – плотность теплового потока на стенке;  
 $q_t$  – плотность турбулентного теплового потока;  
 $q_\Sigma = \bar{\lambda} \partial T / \partial R + q_t r_0 / (\lambda_0 T_0)$  – безразмерная плотность суммарного радиального теплового потока;  
 $Q_c = q_c r_0 / (\lambda_0 T_0)$ ;  
 $r$  – радиальная координата;  
 $r_0$  – радиус трубы;  
 $R = r/r_0$  – безразмерная радиальная координата;  
 $Re = 2\rho_0 w_0 r_0 / \mu_0$  – число Рейнольдса;  
 $S = r_0 \sqrt{\omega \rho_0} / \mu_0$  – число Стокса;  
 $S_t = S / [1,19 Re \sqrt{\xi_s(Re)}]^{1/2}$ ;  
 $t$  – время;  
 $t_\omega = t\omega$  – безразмерное время;  
 $T$  – температура;  
 $T_{ж} = 2 \int_0^1 \frac{\bar{\rho} W_x}{U} T R dR$  – средняя массовая температура жидкости;  
 $U = 2 \int_0^1 \bar{\rho} W_x R dR$  – безразмерная средняя массовая скорость;  
 $V = w_r / (\omega r_0)$  – безразмерная радиальная скорость;  
 $w_0$  – средняя по сечению и во времени скорость в начальном сечении трубы;  
 $W = w_x / w_0$  – безразмерная продольная скорость;  
 $x$  – расстояние от входа;  
 $X = x\omega / a_0$  – безразмерное расстояние от входа;  
 $X_L = l\omega / a_0$  – безразмерная длина трубы;  
 $\gamma$  – показатель адиабаты;  
 $\vartheta = T/T_0$  – безразмерная температура;

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  
 $\bar{\lambda} = \lambda/\lambda_0$  – безразмерная теплопроводность;  
 $\mu$  – коэффициент динамической вязкости;  
 $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$  – безразмерная вязкость;  
 $\xi_0 = -8\tau_c / (\rho_0 w_0^2)$  – коэффициент сопротивления трения;  
 $\rho$  – плотность;  
 $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$  – безразмерная плотность;  
 $\tau_c$  – касательное напряжение на стенке;  
 $\tau_t$  – турбулентное напряжение;  
 $\tau_\Sigma = \bar{\mu} \partial W / \partial R + \tau_t r_0 / (\mu_0 w_0)$  – безразмерное суммарное касательное напряжение;  
 $\omega$  – круговая частота колебаний.  
 Индексы:  
 0 – среднее по периоду колебаний значение в начальном сечении трубы;  
 s – для стационарного течения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Валуева Е.П.** Теплоотдача и сопротивление при пульсирующем турбулентном течении жидкости в круглой трубе // ТВТ. 1999. Т. 37. № 5. С. 750–757.
2. **Lemlich R., Hwu Ch.-K.** The effect of acoustic vibration on forced convective heat transfer // AIChE J. 1961. V. 7. No 1. P. 102–106.
3. **Порди К.Р., Джексон Т.В., Гортон С.В.** Влияние резонансного акустического поля на течение вязкой жидкости // Теплопередача. 1964. № 1. С. 126–136.
4. **Галицейский Б.М., Рыжов Ю.А., Якуш Е.В.** Тепловые и гидродинамические процессы в колеблющихся потоках. М.: Машиностроение, 1977. 256 с.
5. **Валуева Е.П.** Теплообмен при турбулентном течении газа в трубе в условиях резонансных колебаний расхода // ТВТ. 2002. Т. 40. № 3. С. 442–448.
6. **Валуева Е.П., Кулик А.А.** Теплоотдача и сопротивление при пульсирующем турбулентном течении газа в трубе в условиях резонансных колебаний // Тр. 14 Школы-семинара молодых ученых и специалистов под рук. акад. А.И. Леонтьева. М.: Изд-во МЭИ, 2005. Т. 1. С. 44–47.
7. **Валуева Е.П., Кулик А.А.** Особенности процесса конвективного теплообмена при пульсирующем турбулентном течении газа в трубе // Теплоэнергетика. 2006. № 5. С. 50–55.
8. **Валуева Е.П.** Динамические характеристики пульсирующего турбулентного потока сжимаемого газа в канале // ИФЖ. 1999. Т. 72. № 5. С. 896–901.
9. **Валуева Е.П., Попов В.Н.** Нестационарное турбулентное течение жидкости в круглой трубе // Изв. РАН. Энергетика. 1993. № 5. С. 150–157.
10. **Валуева Е.П., Кулик А.А.** Динамические характеристики пульсирующего турбулентного потока сжимаемого газа в трубе при влиянии среднего во времени течения // ТВТ. 2003. Т. 41. № 3. С. 415–421.
11. **Валуева Е.П., Попов В.Н.** Пульсирующее турбулентное течение сжимаемой жидкости и распространение волн давления в канале // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 5. С. 98–106.