УДК 533.06.071.4

А.П. Быркин

Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ), г. Жуковский, Московской обл., Россия

О МЕХАНИЗМЕ И СТРУКТУРЕ ТЕПЛОВОЙ СТРАТИФИКАЦИИ СРЕДЫ В ЗАКРУЧЕННЫХ ВНУТРЕННИХ ТЕЧЕНИЯХ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

АННОТАЦИЯ

В развитие результатов, представленных в [1], на примере ламинарных конически подобных закрученных внутренних течений несжимаемой жидкости получены автомодельные решения тепловой задачи, моделирующей энергоразделение среды в конической струе. Для случаев с закруткой потока характерно образование кольцевых замкнутых поверхностей тока тепла (алгебраического избыточного теплосодержания среды). Их контуры в меридиональном сечении строились на основе данных об изменении вектора суммарного теплового потока, обусловленного переносом тепла конвекцией и теплопроводностью. В зависимости от режима течения в струе (прямоточного или противоточного) возможно наличие нескольких зон с замкнутыми поверхностями тока тепла, последовательно сопрягающимися между собой на конических фронтах, на которых нормальная составляющая вектора суммарного теплового потока равна нулю. В окрестности вершины конуса (r=0), являющейся особой точкой, в упомянутых зонах реализуются источники и стоки избыточного тепла бесконечной мощности, которые переходят друг в друга на промежуточном фронте, где равна нулю радиальная составляющая.

1. ВВЕДЕНИЕ

Обнаруженное экспериментально тепловое разделение газа в вихревой трубе Ранка не получило до сих пор должного научного объяснения В работах [2], [3] на основе уравнений Навье-Стокса выполнено численное моделирование вихревого эффекта для ламинарного и турбулентного режимов течения газа. Результаты указанных исследований предсказывают эффект теплового разделения газа в вихревой трубе. В работе [4] экспериментально показано, что тепловое разделение в вихревой трубе имеет место в случае жидкости.

В настоящем докладе представлены результаты численного моделирования теплового разделения среды на примере конически подобных закрученных струйных течений вязкой жидкости. Смоделированное в расчетах тепловое разделение среды (жидкости) качественно совпадает с таковым при течении в вихревой трубе [4].

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОЙ СТРАТИФИКАЦИИ ЖИДКОСТИ

В рассматриваемых закрученных ($\partial/\partial\varphi\equiv 0$) струйных течениях вязкой жидкости, описываемых уравнениями Навье-Стокса в сферической системе координат r, θ, φ, приведенные составляющие скорости (радиальная u, нормальная v, окружная w) и давление p изменяются в зависимости от r и θ следующим образом

$$u(r,\theta)=\frac{U(\theta)}{r},\qquad v(r,\theta)=\frac{V(\theta)}{r},$$
$$w(r,\theta)=\frac{W(\theta)}{r},\qquad p(r,\theta)=\frac{P(\theta)}{r^2}. \tag{1}$$

При условиях (1) система уравнений Навье-Стокса допускает редукцию ее к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для определения функций $U(\theta)$, $V(\theta)$, $W(\theta)$, $P(\theta)$. Эта система содержит постоянную интегрирования D, входящую в выражение для давления

$$P=-\frac{V^2}{2}+\int_0^\theta W^2\mathrm{ctg}\theta d\theta+\frac{U}{\mathrm{Re}}-\frac{D}{2},$$

и параметр – число Re, определенное по скорости u_{01} на оси симметрии струи при фиксированной координате r_1 и постоянной кинематической вязкости. При условиях (1) число Re не меняется по длине, оно >0 или <0 в зависимости от знака скорости на оси.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений решается численно в области $0<\theta\le\theta_w$ как система с известными (из условия нормировки и симметрии течения) начальными данными

$U(0)=1$, $U'(0)=0$, $V(0)=0$, $W(0)=0$, $W'(0)=C$,

где θ_w – полуугол раствора конической струи. Искомая постоянная D находится из удовлетворения условию $U(\theta_w)=0$, величина C является параметром и характеризует степень закрутки потока в струе. Величины $V(\theta_w)$, $W(\theta_w)$, $P(\theta_w)$ являются искомыми (собственными) значениями задачи.

В течениях, соответствующих рассматриваемым решениям, должен иметь место массообмен на коническом фронте $\theta=\theta_w$. Последнее следует из выражения для расхода жидкости через поперечное сечение струи с учетом условий (1)

$$\mathrm{M}=\int_0^{\theta_w}2\pi r\sin\theta\rho urd\theta\sim \mathrm{const}\cdot r\,.$$

На рис. 1, а для случая течения жидкости в конической струе с полууглом раствора $\theta_w=\pi/6$ при Re=100 (значение $u_{01}>0$) и параметрах закрутки C=0; 5; 10 представлены рассчитанные поперечные профили $U(\eta)$, $V(\eta)$, $W(\eta)$, где $\eta=\theta/\theta_w$. В данном случае автомодельные течения реализуются с массоподводом на границе струи ($V(\theta_w)<0$). Наиболее сильно влияние закрутки потока сказывается на поведении радиальной составляющей скорости U по η. Так, при C=10 профиль $U(\eta)$ в окрестности оси струи становится существенно немонотонным.

На рис. 1, б приведены результаты расчета течений жидкости в конической струе при Re=–100 (значение u_{01}<0) и $\theta_w=\pi/6$. Топология течения в данном случае совершенно иная по сравнению с течением в предыдущем случае. При отсутствии закрутки (C=0) автомодельное течение реализуется с отводом массы от потока к границе струи ($V(\theta_w)$<0), причем профиль радиальной составляющей скорости $U(\eta)$ является наполненным. При наличии закрутки (C=2.5) существует луч, на котором $V(\theta)$=0, т.е. он является поверхностью тока. Существует также луч, где $U(\theta)$=0. При этом автомодельное течение реализуется с подводом (вдувом) жидкости в поток на границе струи ($V(\theta_w)$>0). Поскольку в случае C=2.5 расход жидкости через поперечное сечение струи может быть только положительным, реализуемое течение следует рассматривать как течение в расширяющейся струе.

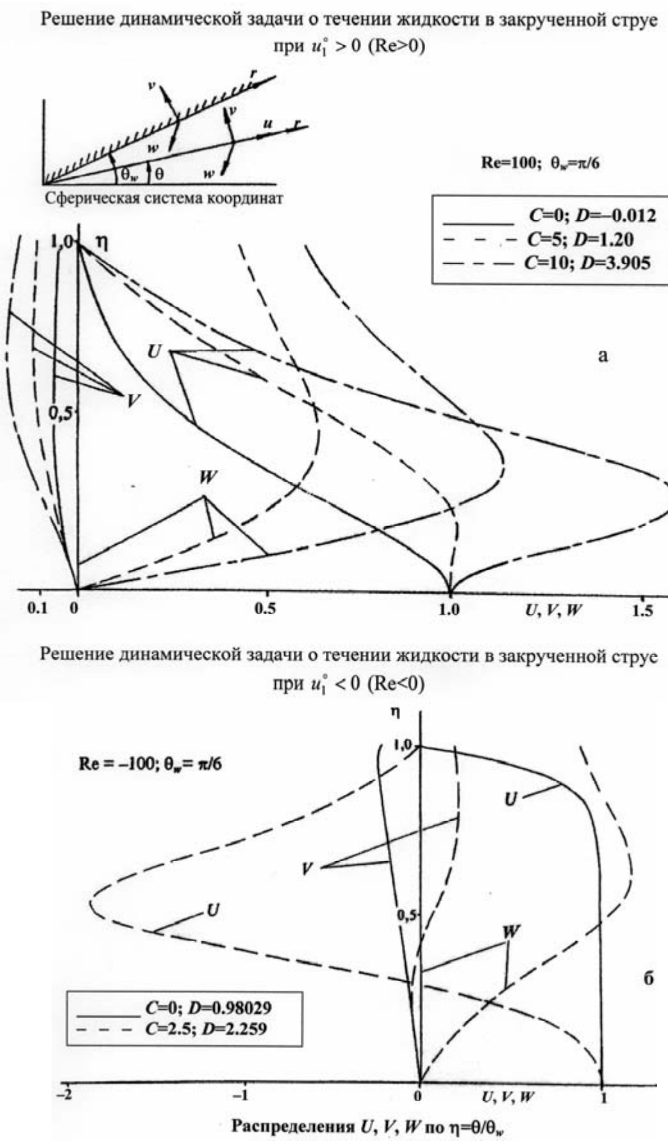

Рис. 1

Используя решение динамической задачи, получено автомодельное решение тепловой задачи, моделирующей температурную стратификацию среды в конической струе. Уравнение энергии для определения поля приведенной температуры $\vartheta = (t - t_\infty)/(t_{01} - t_\infty)$ в расчетной области используется с учетом вязкой диссипации тепла

$$\mathrm{div}\vec{q}_\Sigma = (\mathrm{Ec}/\mathrm{Re})\Phi .$$

Здесь $\vec{q}_\Sigma = \vec{q}_c + \vec{q}_\lambda$, где $\vec{q}_c$ и $\vec{q}_\lambda$ – соответственно приведенные векторы тепловых потоков, обусловленных переносом тепла конвекцией и теплопроводностью;

$$q_{cr} = u\vartheta,\ q_{\lambda r} = -(1/\mathrm{Re\,Pr})\cdot(\partial\vartheta/\partial r),$$

$$q_{c\theta} = v\vartheta,\ q_{\lambda\theta} = -(1/\mathrm{Re\,Pr})\cdot(\partial\vartheta/r\partial\theta).$$

Здесь t_∞ – задаваемая температура при $r=\infty$, t_0 – текущая температура на оси, t_{01} – температура на оси струи при фиксированном значении $r=r_1$. Параметрами уравнения являются число Re, число Pr и число $\mathrm{Ec} = u_{01}^2/(c(t_{01} - t_\infty))$, c – удельная теплоемкость.

При представлении искомой функции в виде

$$\vartheta(r,\theta) = \frac{t - t_\infty}{t_0 - t_\infty}\cdot\frac{t_0 - t_\infty}{t_{01} - t_\infty} = \frac{T(\theta)}{r^2}, \qquad (2)$$

уравнение энергии при условиях (1), (2) сводится к обыкновенному дифференциальному уравнению для определения функции $T(\theta)$. При этом текущее число Ec, как и текущее число Re, неизменно по длине. Обыкновенное дифференциальное уравнение для определения функции $T(\theta)$ решается численно с начальными данными

$T(0)=1$, $T'(0)=0$.

Поток избыточного теплосодержания через поперечное сечение струи запишется в виде

$$Q = \int_0^{\theta_w} 2\pi r\sin\theta\rho u c\vartheta r d\theta \sim \frac{const}{r},$$

т.е. Q от r изменяется по гиперболическому закону. Таким образом, в окрестности особой точки r=0 реализуется источник или сток избыточного тепла бесконечной мощности.

Вид функции $t(r, \theta)$ вытекает из формулы (2)

$$t(r,\theta) = t_\infty + T(\theta)\frac{\Delta t}{r^2},\ \Delta t = t_{01} - t_\infty .$$

Отсюда следует, что при $T(\theta_w)$=0 температура жидкости t_w на границе струи постоянна и равна t_∞ при различных значениях параметра закрутки C.

Как показали численные расчеты, условие $T(\theta_w)$=0 реализуется при отрицательных значениях числа Ec. Это означает, что в указанном случае $\Delta t = t_{01} - t_\infty < 0$, т.е. температура жидкости на оси t_0 меньше температуры жидкости t_w на границе струи.

Получены численные решения редуцированного уравнения энергии для различных значений числа Re, степени закрутки C, числа Ec=0; ±2 при числе Pr=1.

Вариант I. На рис. 2, а представлены полученные распределения T по $\eta=\theta/\theta_w$, отвечающие указанным на нем числам Ес. Видно, что поперечные профили $T(\eta)$ практически монотонны. На рисунке, кроме того, приведены результаты расчета для значения Ес=–1.88, которое соответствует величине $T(1)=0$. В данном случае $t_w=t_\infty$, т.е. температура стенки постоянна по длине.

При других значениях числа Ес для рассматриваемой тепловой задачи величина t_w переменна по длине.

На рис. 2, б представлены линии тока среды, которые берут свое начало на стенке и уходят вправо в бесконечность. Кроме того, на рис. 2, б для значения Ес=–1.88 приведено сопоставление линий тока среды и линий тока избыточного теплосодержания среды, пропорционального алгебраической разности $t–t$.

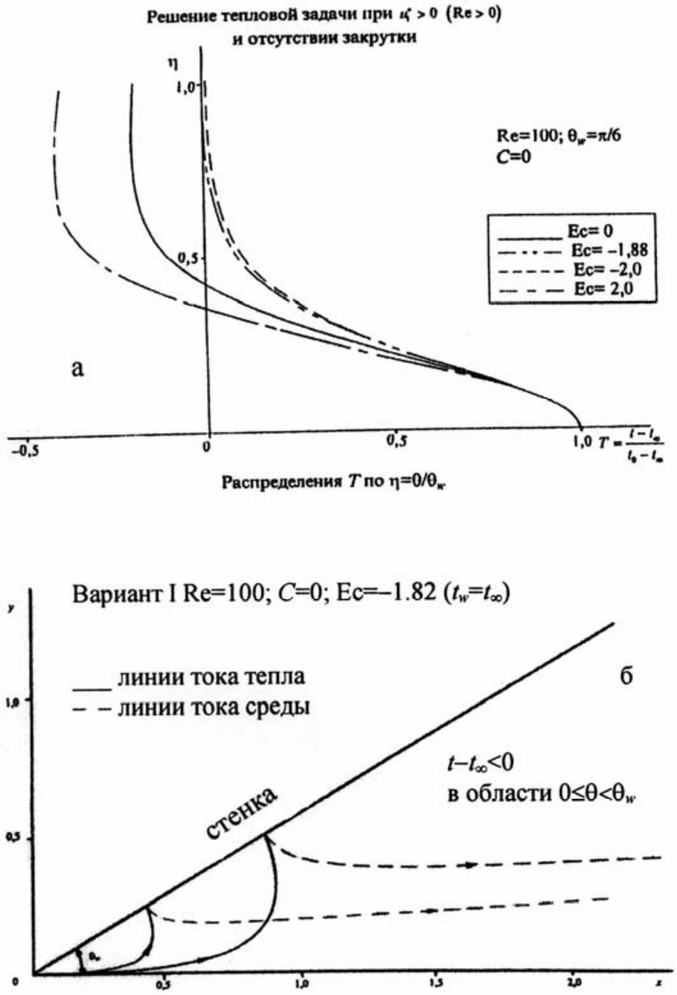

Рис. 2

Дифференциальное уравнение линий тока тепла имеет вид

$$dr/q_{\Sigma r}=rd\theta/q_{\Sigma\theta},$$

откуда получаем выражение для определения искомых линий тока

$$r=r_*\exp\left[\int\limits_{\theta_*}^{\theta}\frac{\left(U+\frac{2}{\mathrm{Re\,Pr}}\right)T}{VT-\frac{1}{\mathrm{Re\,Pr}}T'}d\theta\right],$$

где r_*, θ_* – задаваемые фиксированные значения.

Отметим возможность равенства нулю выражения

$$q_{\Sigma r}=q_{cr}+q_{\lambda r}=\frac{\left(U+\frac{2}{\mathrm{Re\,Pr}}\right)T}{r^3}$$

при каком-либо значении θ в рассматриваемой области. Последнее может иметь место либо при $U+2/\mathrm{RePr}=0$, либо при $T=0$. В последнем случае будет существовать конический фронт $\theta=\theta_\perp$, на котором будет отлична от нуля только нормальная составляющая $q_{\Sigma\theta}=\left(VT-1/\mathrm{Re\,Pr}\,T'\right)/r^3$. Наоборот, при равенстве $q_{\Sigma\theta}=0$ будет существовать конический фронт $\theta=\theta_-$, на котором будет отлична от нуля только радиальная составляющая. Заметим дополнительно, что условие $T=0$, кроме упомянутого выше, означает, что на коническом фронте $\theta=\theta_\perp$ температура $t=t_\infty$. По этой причине на этом фронте и $q_{\Sigma r}=0$.

Рассчитанные линии тока тепла, представленные на рис. 2, б, исходят из начала координат и приходят к стенке, причем ось симметрии струи является их общей огибающей. Особая точка $r=0$ идентифицируется как источник «холода» бесконечно большой мощности.

Вариант II. На рис. 3, а представлены соответствующие результаты расчетов тепловой задачи при параметре закрутки $C=10$ ($w_w/u_0\sim0{,}6$). При значении Ес=–0,085 величина $T(1)=0$. Анализ результатов расчета данного варианта показывает, что при значении $\theta=0{,}175$ ($\eta=0{,}334$) величина $T=0$. Это свидетельствует о существовании конического фронта $\theta=\theta_\perp$, на котором $q_{\Sigma r}=0$. Кроме того, при $\theta=0{,}46$ ($\eta=0{,}88$) $q_{\Sigma\theta}=0$, т.е. значение $\theta=0{,}46=\theta_-$ определяет конический фронт на котором отлична от нуля только радиальная составляющая $q_{\Sigma r}$. В поперечном сечении, однако, имеется область по $\eta\ge0{,}334$, в которой температура среды $t>t_w$. Таким образом, в любом сечении канала существуют области, где температура $t<t_w$ и $t>t_w$. Последнее можно интерпретировать как проявление эффекта теплового разделения в модельной прямоточной дифференциальной вихревой трубе в случае жидкости, в которой подвод массы на стенке осуществляется по всей длине трубы.

На рис. 3, б представлены контуры поверхностей тока среды, берущие свое начало на стенке и уходящие вправо в бесконечность и контуры поверхностей тока тепла. По сравнению с вариантом I основное влияние закрутки потоков в струе проявляется в наличии двух зон с замкнутыми поверхностями тока тепла, сопрягающимися на коническом фронте

θ=0,46, где $q_{\Sigma\theta}$=0. При этом нижняя зона состоит из замкнутых вложенных друг в друга поверхностях тока тепла, а верхняя – из вложенных поверхностей тока, разомкнутых на границе струи.

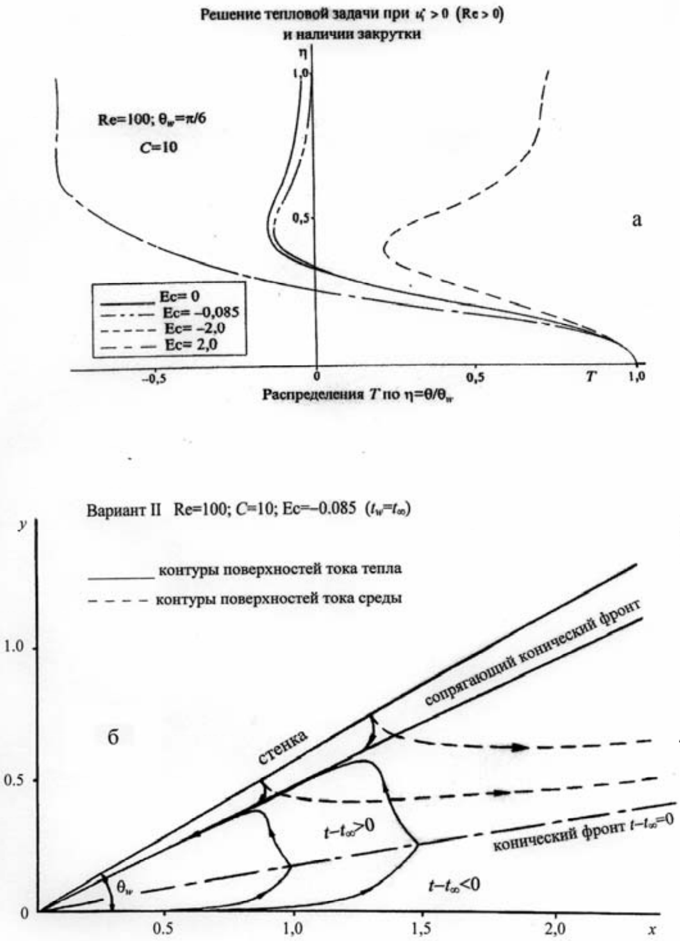

Рис. 3

Вариант III. По-иному выглядят распределение T по η в случае, отвечающем значению C=2,5, когда в окрестности оси имеется область возвратного течения (Re=–100). Эти данные приведены на рис. 4 (значение T(1)=0 имеет место при Ec=–1,73).

Немонотонность в поперечных профилях $T(\theta)$ становятся ярко выраженными и соответствуют заметно пониженным и повышенным температурам по отношению к t_w, причем температура жидкости, текущей вдоль оси в направлении сужения канала в соответствии с числом Ec<0 убывает. Отмеченный факт интерпретируется как проявление эффекта теплового разделения в модельной противоточной дифференциальной вихревой трубе применительно к жидкости.

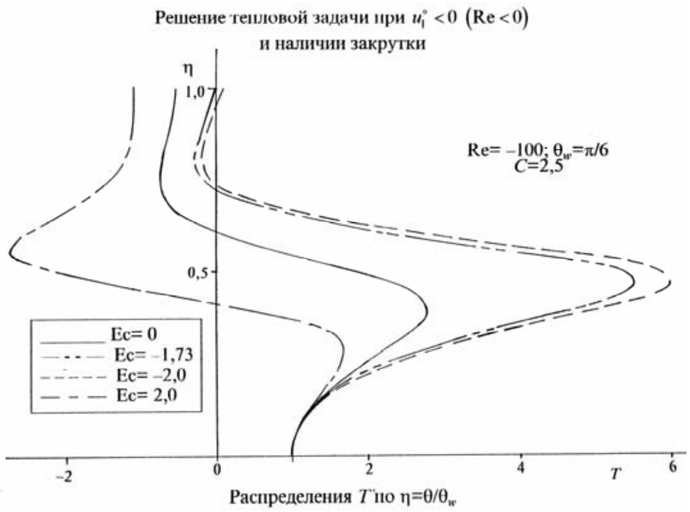

Рис. 4

На рис. 5 представлено сопоставление контуров поверхностей тока среды и тепла. Отличие по сравнению с вариантом II состоит в наличии не двух, а трех зон с замкнутыми поверхностями тока тепла, которые сопрягаются между собой на конических фронтах, где $q_{\Sigma\theta}$=0.

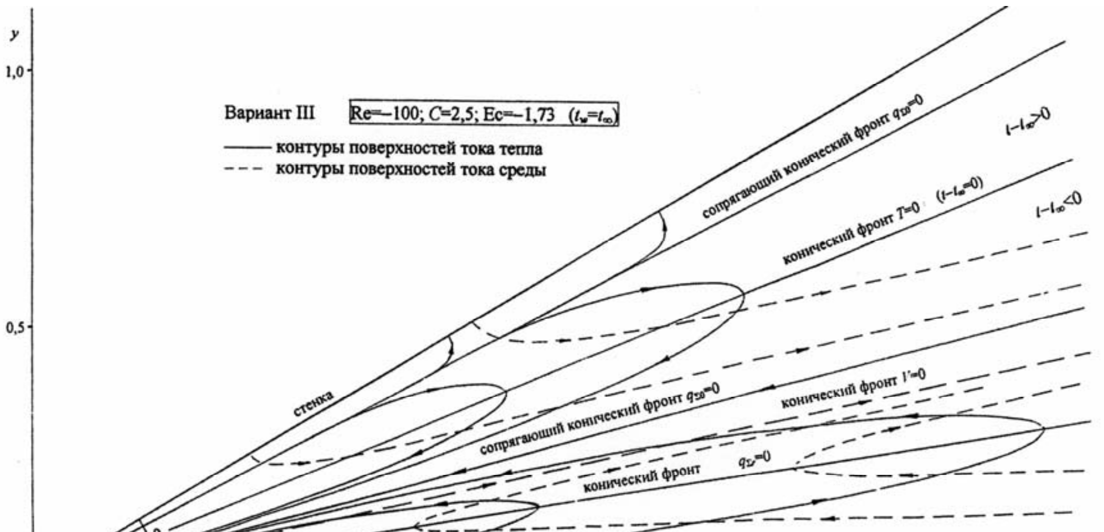

Рис. 5

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе полученных результатов качественно предсказывается эффект энергоразделения жидкости, подобный эффекту энергоразделения газа в прямоточной и противоточной вихревой трубе. Природа этого эффекта обусловлена изменением топологии течения при закрутке потока, приводящим к образованию замкнутых поверхностей тока избыточного тепла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Быркин А.П., Ручьев А.В., Щенников В.В.** Тепловая стратификация среды в конически подобных закрученных струйных течениях вязкой несжимаемой жидкости и газа (к моделированию эффекта Ранка) // Труды третьей Российской национальной конференции по теплообмену, т. 2, 2002
2. **Frohlingsdorf W., Unger H.** Numerical investigations of the compressible flow and the energy separation in the Ranque-Hilsch vortex tube // International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 42, pp. 415-422, 1999.
3. **Тарунин Е.Л., Аликина О.Н.** Вычислительные эксперименты для вихревой трубки Ранка-Хилша // Труды международной конференции RDAMM-2001, т. 6, ч. 2. Спец. выпуск.
4. **Balmer R.T.** Pressure-Driven Ranque-Hilsch Temperature Separation in Liquids // Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering, v. 110, pp. 161-164, 1988.