

В.И.Полежаев, С.А.Никитин

Институт Проблем Механики РАН, Москва, Россия

ЛОКАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТЫ ТЕПЛООБМЕНА И ТЕМПЕРАТУРНОЕ РАССЛОЕНИЕ ПРИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТЫХ ОБЪЕМАХ.

АННОТАЦИЯ

Изложена математическая модель, основанная на трехмерных уравнениях свободной конвекции в газе, заполняющем замкнутый объем в условиях космического полета с учетом угловых и линейных микроускорений, а также угловых скоростей, существенных для расчета течения и теплообмена. Даны сведения об экономичной методике расчета и ее апробации на различных тестах. Приводятся и интерпретируются поля температуры и скорости для сферического объема с внутренними тепловыделяющими элементами в реальных условиях полета КА. Показано, что несмотря на наличие особенностей локального теплообмена и температурного расслоения в условиях ослабленной силы тяжести, в реальных условиях полета имеются резервы естественного отвода тепла путем свободной конвекции, которые могут быть использованы на практике.

1. ВВЕДЕНИЕ

Тепловая гравитационная конвекция в замкнутой области является естественным механизмом теплообмена, который может быть существенным даже в ослабленном поле массовых сил, что недостаточно используется в инженерной практике. Однако до настоящего времени рассмотрены лишь простейшие случаи двумерной конвекции в замкнутых областях простейших геометрий. Выявлены особенности теплообмена и температурного расслоения при постоянной, но уменьшенной силе тяжести, которые состоят в наличии локальных перегревов и повышении температурного расслоения в некотором диапазоне малых чисел Релея. Последнее оказалось существенным при получении высокооднородных материалов (см., например, [1-3]). Вместе с тем достигнутый в настоящее время уровень математического моделирования процессов конвективного тепло- и массообмена в замкнутых трехмерных объемах и изучения реальных условий космического полета, в том числе с помощью специально поставленных измерений [4-6], а также рост быстродействия доступной вычислительной техники позволяет подойти к расчету нестационарного пространственного тепломассообмена в замкнутых объемах в условиях, максимально приближенных к реализуемым на практике, в том числе, в наиболее сложном случае отсека космического аппарата с учетом внешних воздействий в полете, циклограмм работы оборудования с тем, чтобы выявить реально имеющиеся резервы теплообмена.

Для решения такого класса задач или их отдельных элементов требуются методические

усилия. В настоящее время существуют и разрабатываются специальные, как правило, универсальные коды (программы), основанные на различных численных методах (конечноразностных, конечно-элементных, спектральных и др. (см., например [7, 8]. При всех достоинствах этих комплексов программ (например, универсальность, т.е. возможность решения широкого класса задач) есть и недостатки, существенные для российских условий: высокая цена, сложность освоения даже для профессионалов (месяцы на построение геометрии и сетки, длительные отладочные расчеты, медленные коды), недостаточная развитость интерфейса данных о сложных полях внешних сил и гидродинамическим кодами и др. В связи с изложенным, авторами предприняты усилия по разработке математической модели, методики расчета и программной поддержки, позволяющих учесть геометрию и тепловые характеристики реальных трехмерных объектов, а также проводить расчеты длительных нестационарных процессов в отсеках космического аппарата КА с внутренними тепловыделяющими объектами в условиях действия сложных пространственных полей микроускорений, вызываемых совокупностью нескольких сил (аэродинамическим ускорением, градиентом гравитационного поля, центробежных сил вращения и углового ускорения и др.).

Ниже изложена математическая модель, характеризующая течение и теплообмен при свободной конвекции в газе, заполняющем отсек КА в условиях реального микрогравитационного поля с учетом угловых и линейных микроускорений, а также угловых скоростей КА, важных для расчета движения и теплообмена. Приводятся и интерпретируются поля температуры и скорости для сферического отсека КА с внутренними тепловыделяющими элементами в реальных условиях полета КА "Фотон 11" [9].

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Исследуется нестационарное течение и теплообмен в отсеке КА, совершающего орбитальный полет (Рис.1). Отсек заполнен газом при нормальных условиях. Внутри отсека находятся объекты (количество которых зависит от размеров используемой в численном методе разностной сетки), выделяющие или поглощающие тепло. Во время полета КА тепло, выделяемое объектами, перераспределяется внутри отсека тепловой конвекцией и теплопроводностью, а также вынужденной конвекцией, вызванной

неравномерным вращением КА относительно центра масс. Отвод лишнего тепла происходит пассивно через границу отсека.

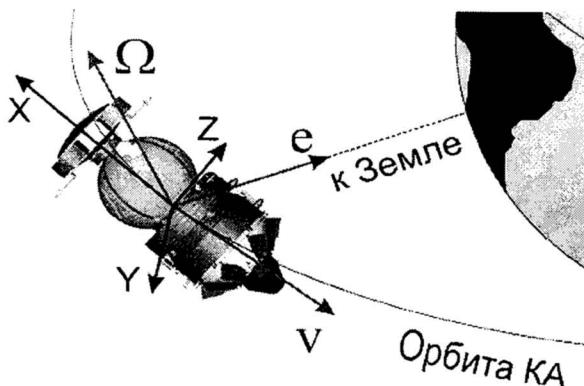


Рис.1. Схема КА, системы координат и расчета микроускорений.

В неинерциальной декартовой системе координат Oxyz (Рис.1), жестко связанной с движущимся КА, трехмерные нестационарные уравнения конвекции и теплообмена в приближении Буссинеска имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla) \mathbf{U} + 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{U}) &= \nu \Delta \mathbf{U} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \beta(T - T_0) \mathbf{n} + \mathbf{d} \times \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \\ \nabla \cdot \mathbf{U} &= 0 \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \nabla) T &= a \Delta T, \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь \mathbf{U} - вектор скорости газа, относительно системы Oxyz, p - давление, T - температура, ρ, ν, β - плотность, кинематическая вязкость, теплового объемного расширения и температуропроводности, соответственно. T_0 - начальная температура газа. $\boldsymbol{\omega}$ - угловая скорость вращения КА относительно центра масс.

Вектор микроускорения \mathbf{n} имеет следующий вид [5]:

$$\mathbf{n} = \mathbf{d} \times \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{d}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_E}{|\mathbf{R}|^3} [3(\mathbf{e} \cdot \mathbf{d})\mathbf{e} - \mathbf{d}] + \mathbf{n}_a, \quad (2.2)$$

где $\mathbf{d} = \mathbf{r}_C + \mathbf{r}$ - расстояние от центра масс КА до некоторой точки в отсеке КА, координаты которой в системе координат Oxyz определяются вектором \mathbf{r} (\mathbf{r}_C - расстояние от центра масс КА до начала системы координат Oxyz (Рис.1)), μ_E - гравитационный параметр Земли, \mathbf{R} - геоцентрический радиус-вектор центра масс КА, \mathbf{e} - единичный вектор, направленный из центра масс КА к центру Земли, \mathbf{n}_a - микроускорение, вызванное аэродинамическим торможением КА.

Начальные условия:

В качестве простых начальных условий можно принять неподвижный ($\mathbf{U}=0$), однородно нагретый газ ($T=T_0=20^\circ\text{C}$). В момент времени $t=0$ (начало орбитального полета) в соответствии с программой

полета начинается выделение тепла объектами и сброс тепла через оболочку сферы.

Границные условия:

1. На поверхности отсека: $\mathbf{U}=0$ и $-\lambda \partial T / \partial n = q_s$ где q_s задается эмпирически и может зависеть от времени и координат на поверхности отсека. Таким образом, математическая модель пока не обеспечивает детальный расчет теплообмена с внешней средой и не учитывает ориентацию КА относительно Солнца.

2. На объектах, выделяющих тепло: $\mathbf{U}=0$ и $-\lambda \partial T / \partial n = q_i$, q_i - удельный тепловой поток с единицы поверхности i -го объекта. Его зависимости от времени определяется программой полета.

Из приведенной выше модели следует, что в космическом полете совокупность центробежных сил вращения, градиента гравитационного поля, а также аэродинамического торможения и др вызывает архимедову силу плавучести $\beta(T - T_0)\mathbf{g}$ где \mathbf{g} заменяется эффективным микроускорением, создаваемым уменьшенной силой тяжести ("low gravity"), что сводится к задаче о тепловой гравитационной конвекции, которая рассматривается, как некоторое приближение. Сила $\mathbf{g} \times \dot{\boldsymbol{\omega}}$, вызываемая ускоренным вращением, существенно отличается от последней так как вызывает конвекцию, которая может быть существенной и в изотермических условиях. Обе этих силы могут быть причиной неоднородности распределения скалярной компоненты или вызывать перемешивание. Отметим, что потребности учета всех обстоятельств действия квазистатической компоненты микроускорений возникла в первую очередь в задачах космического матермаловедения, но, как будет следовать из дальнейшего, это существенно и в задачах функционирования космических систем.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ, УСКОРЕНИЙ И МИКРОПЕРЕГРУЗОК НА БОРТУ КА

Квазистатическая составляющая микроускорения на борту ИСЗ обусловлена движением спутника относительно центра масс как твердого тела, градиентом гравитационного поля Земли и сопротивлением атмосферы. Эта составляющая может быть достаточно точно рассчитана по вращательному движению спутника с помощью формулы (2.2) (см, например,[9]). Если какая-либо информация позволяет восстановить фактическое движение спутника относительно центра масс, то с помощью этой формулы можно найти реальную квазистатическую составляющую микроускорения в любой заданной точке борта в функции времени. Такую информацию может предоставить, например, трехкомпонентный датчик угловой скорости. В настоящее время доступны базы данных, куда входят зависимости от времени всех компонент вектора микроускорения \mathbf{n} для ряда режимов полета различных КА (станция "Мир", различные этапы

сборки МКС, последние полеты КА "Фотон") длительностью несколько часов на полет. Эти данные обрабатывались в удобном для расчетов гидродинамики виде и представлены В.В. Сазоновым. Эти данные широко использовались для расчетов влияния реального поля микроускорений на процессы тепломассообмена в установках по космическому материаловедению,

которое оказалось существенным и различающимся в полете различных КА [10]. В таблице 1 приведен для примера отрезок файла данных, используемых для расчета поля реальных микроускорений на КА "Фотон" по формуле (2.2), используемой для расчета \mathbf{n} .

Таблица 1

время	ω_x	ω_y	ω_z	$(d\omega / dt)_x$	$(d\omega / dt)_y$	$(d\omega / dt)_z$	$\mu_E / R ^3$	e_x	e_y	e_z	a_x	a_y	a_z
c	1/c	1/c	1/c	1/c/c	1/c/c	1/c/c	1/c/c	-	-	-	см/с/с	см/с/с	см/с/с
	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-7}$	$\times 10^{-5}$	$\times 10^{-5}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-1}$	$\times 10^{-8}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-5}$
...
252	1.49	-2.23	-1.20	6.19	-1.30	2.89	1.31	-3.92	-9.03	-1.75	-4.00	2.10	-1.14
256	1.49	-2.28	-1.08	6.14	-1.17	2.95	1.31	-3.89	-9.13	-1.21	-13.0	1.44	-1.14
260	1.50	-2.32	-0.96	6.03	-1.03	3.01	1.31	-3.86	-9.2	-0.67	-21.0	0.78	-1.14
264	1.50	-2.36	-0.84	5.88	-0.90	3.06	1.31	-3.83	-9.24	-0.12	-30.0	0.14	-1.13
...
17850	1.50	1.66	-1.32	-1.60	-1.35	-2.03	1.29	-2.65	-5.01	8.24	86.0	-9.75	-0.57

. На Рис.2 показаны характерные изолинии модуля вектора микроускорений \mathbf{n} для спускаемого сферического отсека КА "Фотон" в меридиональном сечении XZ. Хорошо видно, что минимум \mathbf{n} находится в центре масс КА (110 см вдоль оси X от центра сферы в сторону приборного отсека), где, согласно формуле (2.2), главным является аэродинамическое ускорение. В остальной части отсека доминирует центробежное ускорение, вызванное значительным вращением КА относительно оси X. Величина микроускорения у стенки отсека достигает значения 25 микро-г.

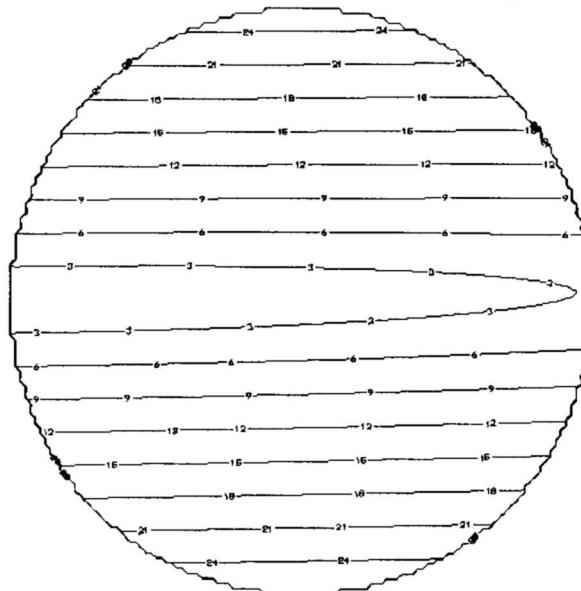


Рис.2. Изолинии модуля вектора микроускорений \mathbf{n} в меридиональном сечении XZ.

4. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Опишем вокруг рассматриваемого отсека некоторый параллелепипед. Пусть ребра параллелепипеда параллельны осям системы координат Oxyz. Разобьем каждое из ребер куба на

Nj частей ($j=1,2,3$), получим разбиение параллелепипеда на прямоугольные ячейки. На данной разностной сетке напишем схему конечных объемов, аппроксимирующих уравнения (2.1). Эта схема подробно описана в отчете [11] и основана на временном расщеплении Чорина и пространственной аппроксимации Харлоу-Уэлша. Для данной работы дополнительным является учет внутренних объектов и неплоской поверхности границы отсека КА. Согласно этой разностной схеме температура и давление рассматриваются в центрах ячеек, а компоненты скорости на соответствующих гранях ячеек. Расчеты полей скорости и температуры ведутся только для ячеек, которые попали внутрь отсека КА и находятся вне объектов. При задании внутренних объектов их формы аппроксимируются параллелепипедами соответствующих размеров, причем объемы не сохраняются, но сохраняется количество тепла, выделяемое каждым объектом. Предложенный численный метод особенно прост в применении для отсеков сравнительно простой формы (параллелепипед, цилиндр, сфера – эти формы уже реализованы в программе), но может использоваться и для отсеков более сложных форм, задаваемых как аналитически, так и с помощью специальных программ.

Описанная разностная схема реализована в виде программы на языке Фортран для персонального компьютера. Объем счетной части программы занимает около 2000 операторов. Дополнительно написаны программы для обработки и визуализации рассчитанных полей. Задача на сетке 115*115*115 (одинарная точность) занимает примерно 150Мбайт оперативной памяти. Шаг по времени, с которым можно проводить расчеты зависит от максимальной скорости течения в объеме. Время расчета одного шага зависит также от степени нестационарности решения, т.е. количества итераций для уравнения давления. Временной шаг, оптимальный параметр

релаксации и число итераций находятся в процессе решения автоматически и обеспечивают устойчивое решение задачи.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

Выполненные методические расчеты показывают хорошую точность метода в режиме теплопроводности и при не слишком интенсивной конвекции. Предварительная апробация выполнялась на сетке $69*69*69$ в случае прогрева воздуха в сфере диаметром $D=230$ см путем чистой теплопроводности, при этом начальная температура воздуха $T_0=20^\circ\text{C}$. Сетка $69*69*69$ довольно хорошо описывает сферическую поверхность. Например, объем реальной сферы отличается от объема ее аппроксимации на прямоугольной сетке $69*69*69$ только на 0.18 процента. Хуже обстоят дела с аппроксимацией поверхности сферы, что важно для правильного расчета теплового потока через оболочку. Например, если поверхность сферы диаметром 230 см равна 16.619 м^2 , то суммарная поверхность аппроксимирующих ее квадратных элементов равна 24.967 м^2 , т.е. в 1.5 раза больше. Чтобы обойти эту трудность предполагалось, что суммарные потоки на поверхности сферы и на ее приближении должны быть равны, что обеспечивало сохранение баланса тепла. А удельный (на единицу поверхности поток) был в полтора раза меньше для случая аппроксимированной поверхности. Изолинии температуры в полости с внутренним теплоизолированным объектом размером $70*70*70 \text{ см}^3$ на этапе нестационарного прогрева сферы суммарным постоянным тепловым потоком 100 Вт показаны на Рис.3. Видно, что изотермы имеют совершенно регулярный вид, хорошо соответствующий сферической симметрии, видна также достаточно хорошая нормальность изотерм к теплоизолированному объекту.

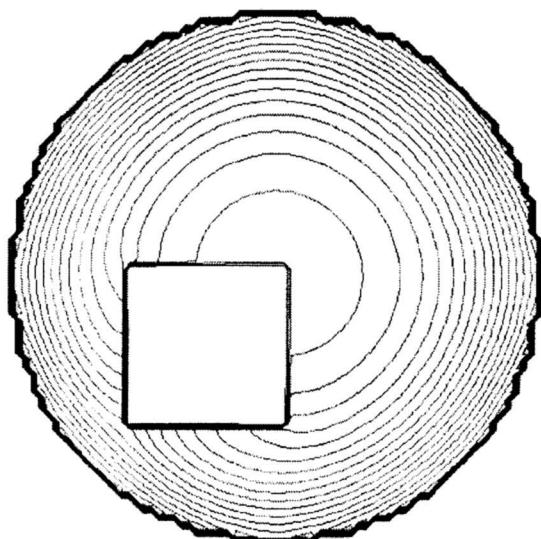
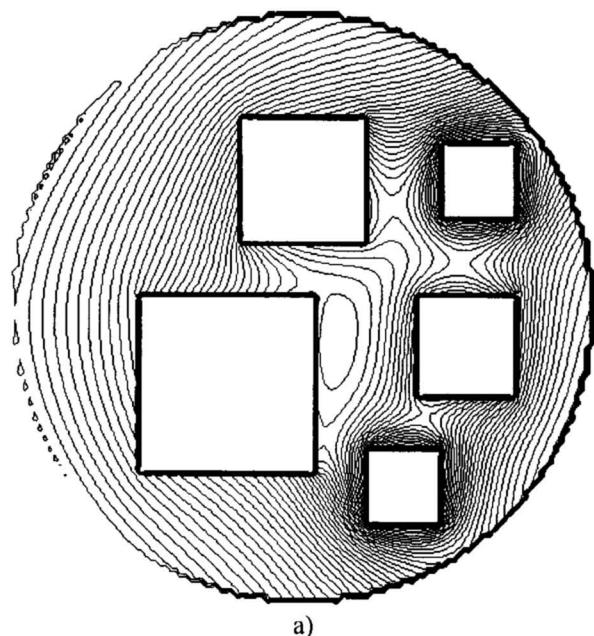


Рис.3. Прогрев сферы постоянным тепловым потоком $Q=100$ Вт с внутренним теплоизолированным объектом. Изолинии температуры. Невесомость, $g=0$. Разностная сетка $69*69*69$.

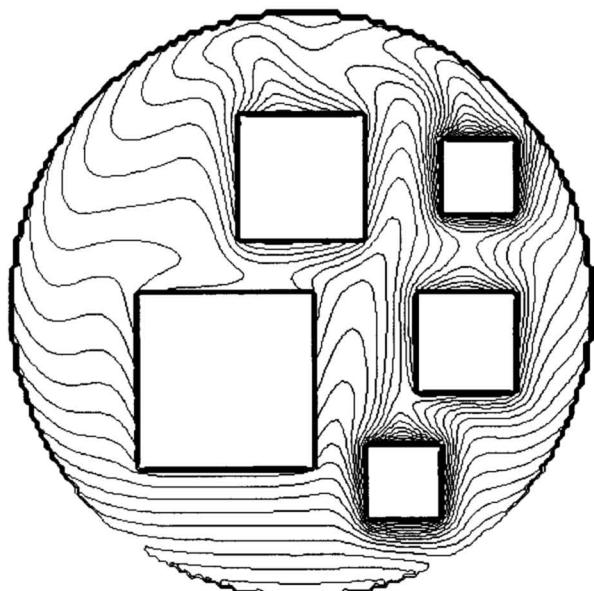
Для более полных тестов данного метода в конвективных режимах был взят хорошо изученный пример о трехмерной тепловой гравитационной конвекции в лежащем на боку цилиндре, подогреваемом с торцевой поверхности, использовавшийся для тестов конвективного датчика [5, 6, 12]. Результаты тестовых расчетов показали хорошее совпадение (лучше 1%) как по локальным и интегральным числам Нуссельта, так и для значений скорости в характерных точках.

6. СРАВНЕНИЕ ТЕПЛООБМЕНА И ТЕМПЕРАТУРНОГО РАСЛОЕНИЯ ПРИ ПОСТОЯННЫХ И ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ МИКРОУСКОРЕНИЯХ

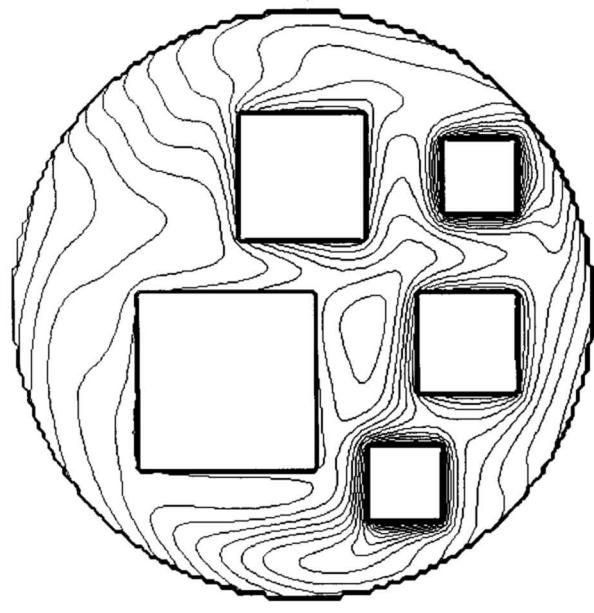
Исследование конвекции и теплообмена выполнено для сферического отсека КА "Фотон" с 5 внутренними тепловыделяющими объектами в виде кубических объемов разного размера (Рис.4). Каждый объект в начальный момент времени начинает выделять постоянный равномерный тепловой поток, равный 4 Вт. Суммарный поток 20 Вт сбрасывается равномерно через сферическую оболочку. Прогрев продолжается 17800 секунд. При этом рассмотрены три режима прогрева (перенос тепла теплопроводностью (Рис.4а), перенос тепла конвекцией при постоянных микроускорениях (Рис.4б) и изменяющихся во времени микроускорениях, определяемых с учетом факторов космического полета по формуле (2.2.) согласно таблице 1 (Рис.4в)). На всех рисунках расстояние между изотермами равно 2°C . Максимальные температуры в отсеке КА равны 94.3°C (а), 61.65°C (б) и 47.8°C (в), минимальные температуры - -9.64°C (а), -8.42°C (б) и 6.47°C (в). В случае теплопроводностного режима (а) видны значительные градиенты температуры, для режима (б) характерным является заметное вертикальное расслоение по температуре, особенно в нижней части отсека. Для режима (в) заметно значительное



а)



б)



в)

Рис.4. Изотермы в меридиональном сечении отсека КА для случаев: режим теплопроводности (а), режим постоянного микроускорения, $g=20$ микро- g , направленного сверху вниз (б), режим реального поля микроускорений (в) в момент времени 17800 сек с начала прогрева.

перемешивание в объеме отсека и большие градиенты температур только у тепловыделяющих объектов.

На Рис.5 показано изменение во времени максимальной, минимальной и средней (прямая линия при 20°C) температур в отсеке КА для вышеупомянутых трех режимов теплообмена. По оси абсцисс отложено время с начала прогрева в секундах, по оси ординат отложена температура в °C.

Здесь жирные линии – режим чистой теплопроводности, перепад температур между максимальным и минимальным значениями достигает к концу прогрева 104°C. Пунктирные

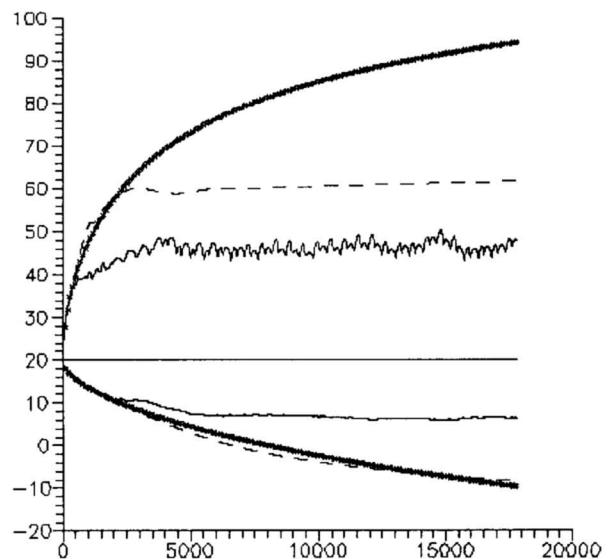


Рис.5. Сравнение максимальной, минимальной и средней (прямая линия при 20 °C) температур в отсеке КА для трех режимов теплообмена.

линии – режим прогрева при постоянном однородном микроускорении 20 микро- g , перепад температур уменьшился за счет максимальной температуры и равен 70°C. Сплошные линии – режим теплообмена в реальном поле квазистатических микроускорений, наблюдаются колебания максимальной температуры, коррелирующие с колебаниями поля микроускорений. Перепад температур в отсеке равен 41°C. Видно, что во всех трех режимах средняя температура не меняется и равна 20°C, так как отвод тепла через оболочку отсека КА (сфера) равен 20 Вт и равен подводу тепла от внутренних объектов.

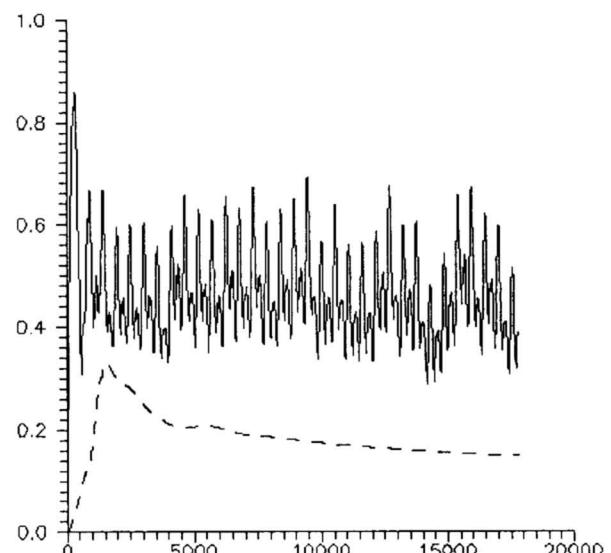


Рис.6. Зависимость максимальной скорости воздуха (см/с) в отсеке от времени (сек) для случая постоянного микроускорения 20 микро- g (пунктирная линия) и реального поля микроускорений (сплошная линия)

На Рис.6. приведена зависимость максимальной скорости воздуха в отсеке для режимов (б) и (в). Скорость в режиме постоянного микроускорения проходит через максимум и стремится к постоянному значению примерно 0.2 см/с. Скорость в режиме реальных микроускорений имеет существенно нестационарный характер и достигает величины 0.8 см/с, что соответствует числу Рейнольдса, определенному по диаметру сферы, примерно 2000.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель расчета течения и теплообмена в отсеках КА с тепловыделяющими объектами на основе трехмерных нестационарных уравнений Навье-Стокса в приближении Обербека-Буссинеска, с учетом сложного поля массовых сил, в частности, реального поля микроускорений в космическом полете. Построена экономичная конечно-разностная схема метода конечных объемов с расщеплением по времени в декартовой системе координат, реализованная в виде программы на Фортран-90. Проведены методические расчеты, показывающие работоспособность методики и программ и достаточно точное описание с ее помощью всех практически важных характеристик трехмерных полей скорости и теплообмена при ламинарных конвективных течениях в сложных объемах со сложным наполнением.

Результаты выполненных расчетов показывают, что перенос тепла даже при учете условий микрогравитации в приближении пониженной силы тяжести, существенно отличается от теплопроводостного, который можно было бы предположить ввиду уменьшения силы тяжести на несколько порядков. Этот результат был известен для простых геометрий, но в случае трехмерной области с загромождением получен впервые.

Однако еще большие уточнения в части изучения резервов перемешивания вносит использование приближения микроускорений квазистатической компонентой с использованием данных измерений вращения и углового ускорения КА, что связано с наличием динамических воздействий имеющих место даже в штатном режиме полета КА. Это означает, что имеются существенные, пока мало используемые резервы конвективного перемешивания, которые, при надлежащем учете возможных негативных локальных эффектов теплообмена могут служить определенным резервом при проектировании экономичных систем отвода тепла в элементах конструкций КА.

Авторы благодарят проф. В.В. Сazonova за сотрудничество в исследованиях влияния квазистатических полей микроускорений на теплоперенос и предоставление данных микроускорений в полете КА "Фотон". Работа поддержана грантами РФФИ 04-01-39021 и 05-08-18110, а также программой №17 Президиума РАН.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $\text{микро-}g = 0.001 \text{ см/с}^2$
- \mathbf{U} - вектор скорости газа
- ω - угловая скорость вращения КА
- \mathbf{n} - вектор микроускорения
- ρ - плотность
- ν - кинематическая вязкость
- β - коэффициент объемного расширения
- a - температуропроводность
- λ - теплопроводность
- μ_E - гравитационный параметр Земли
- e - единичный вектор
- R - геоцентрический радиус-вектор центра масс КА
- T - температура

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Авдуевский В.С., Полежаев В.И. Некоторые особенности конвекции жидкостей и газов // Избранные проблемы прикладной механики. М.: ВИНТИ, 1974. С. 11-20.
2. Полежаев В.И., Белло М.С., Верезуб Н.А. и др. Конвективные процессы в невесомости. М.: Наука, 1991. 240 с.
3. Полежаев В.И., Бессонов О.А., Никитин С.А. Структура и устойчивость трехмерных конвективных течений. Вторая Российская Национальная Конференция по Теплообмену (2РНКТ), Т3. Свободная конвекция, М.: Изд. МЭИ, С. 120-122
4. Никитин С.А., Полежаев В.И., Сазонов В.В. Об измерении квазистатической компоненты микроускорения на борту ИСЗ с помощью датчика конвекции // Космические исследования. 2001. Т. 32. № 2. С. 179-187.
5. Бессонов О.А., Полежаев В.И. Математическое моделирование конвекции в датчике "Дакон" в условиях реального космического полета // Космические исследования. 2001. Т. 32. № 2. С. 170-178.
6. Бабушкин И.А., Богатырев Г.П., Глухов А.Ф., Путин Г.Ф. и др. Изучение конвекции и низкочастотной микрогравитации на орбитальном комплексе МИР при помощи датчика "ДАКОН"// Космические исследования. 2001. Т. 32. № 2. С. 161-169.
7. FLUENT User's Manual, Version 3.0, Creare Inc., Hanover, NH, 1990.
8. Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere, Washington, DC, 1980.
9. Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ "Фотон-11" // Космические исследования. 2001, Т. 39, № 4, С. 419-435.
10. Космические исследования, 2001, т.39, № 2, 240 с. (специальный выпуск).
11. Никитин С.А. Численный метод расчета пространственных течений несжимаемой вязкой жидкости. Отчет Института проблем механики РАН, 1989, 52 с.
12. Bessonov O.A., Braylovskaya V.A., Zilberberg V.V., Feoktistova L.V. Numerical simulation of 2D and 3D convection in water-soluble crystal growth. Advanced problems in thermal convection. Perm 24-27 November 2003. Proceedings. Perm: 2003. С. 325-330.